LETTRE CXVI.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Théorèmes de nombres.

St. Petersburg d. 8. Juni 1748.

Ich bin noch gänzlich der Meinung, dass nicht nur $4n+3$, sondern auch $4n+1$ und folglich ein jeder numerus impar zu dieser Formul gebracht werden kann: $2aa+bb+cc$, welches auch in der That eben so viel ist, als die sub N. II von mir angeführte Formul $\square+2\square+2\triangle$, so dass, wenn Ew. an dieser letztern, wie ich sehe, nicht zweifeln, auch die aequatio $2n+1=2aa+4bb+cc$ gewiss ist. Hingegen kann die sub N. VIII aus Versehen gesetzte $\frac{\square+\square+\square}{2}$ nicht Statt haben, als an deren Stelle es heissen muss $2\square+\triangle+\triangle$, oder auch $\frac{\square+\square}{2}+\triangle$. Ausser diesem ist aber in meiner Copie von der Tabelle der Formeln noch ein lächerlicher Fehler, so sich vermuthlich auch im Original finden wird,

indem sub N. I et N. IV eben dieselbe Formul $2\square+\square+\triangle$ stehet. Was diese: $\square+\square+2\triangle$, welche Ew. für merkwürdig halten, betrifft, so fliesset dieselbe alsofort aus der Consideration, dass ein jeder $4n+1$ eine summa duor. quadr. parium et unius imparis ist, gleich wie im Gegentheil $4n+2$ aus duobus imparibus et uno pari bestehet.

Ohngeachtet ich mir zur Demonstration des theorematis Fermatiani wenige Hoffnung mache, so habe dennoch nach Anleitung desselben einige andere gefunden, die ich für eben so wahr halte, als z. Ex.

> Omne quadratum numeri imparis vel numeri impariter paris, modo sit minus quam $8n+7$, est unum ex quatuor quadratis, quorum summa est $8n+7$. Imgleichen: Omnis numerus $8n+2$ est hujus formae $(2\pm2)^{2e}+\square+\square$.

Die hiebeyliegende Demonstration von Ew. theoremate de quadratis laterum trapezii*) will ich eben nicht für die kürzeste ausgeben, ich glaube aber, dass man gar leicht auf noch viel weitläufigere verfallen kann. Die Gelegenheit dazu hat neulich ein guter Freund gegeben, welcher mir sagte, dass er einen casum particularem davon, nehmlich in einem trapezio, wo duo anguli recti und duo latera parallela sind, demonstriren könnte.

Dass Ew. das ganze praemium von der Acad. royale des sc. erhalten haben, ist mir eine sehr angenehme Nachricht gewesen. Ich gratulire Deroselben dazu von Herzen, und meine Hoffnung, dass Sie bey allen künftigen Aufgaben nicht weniger réussiren werden, wird immer grösser.

Goldbach.

*) Cette démonstration ne s'est pas trouvée.