

Fällen, da  $2 + 8n$  eine summa duorum quadratorum ist,  $= 0$  werde, und in allen Fällen, da  $2 + 8n - 8p$  eine summa duorum quadratorum ist,  $= -1$  werde, in welchen beyden conditionibus allein ich eine solche Schwierigkeit finde, dass ich an der Wahrheit des ganzen theorematis zu zweifeln anfangte, ungeachtet es leicht ist unzählige formulas vor  $m$  anzugeben, in welchen  $8m + 3$  in tria quadrata zertheilet werden kann: als z. Ex.  $m = bb \pm bc + cc$ .

Seit der Zeit, da die Relation von dem perpetuo mobili des Hn. Orffyreis, in welcher der sechs Wochen lange Umlauf des Rades attestiret war, herausgekommen, hat man, meines Wissens, keine öffentliche Meldung gethan, dass diese machine weiter perfectionniret, oder zu einem Gebrauch angewendet worden wäre, welches desto bedenklicher scheint, da der autor derselben noch viele Jahre hernach gelebet und vielleicht bis dato am Leben ist. Der Oberbaumeister in Wien, H. Fischer von Erlach (ni fallor), welcher dieselbe machine nebst dem Hn. Gravesande in Gegenwart des Hn. Landgrafen von Hessen besehen, hat davon ehemals gegen mich mit vielem Ruhm gesprochen und dabey erwähnt, dass er dem Rade, als es still gestanden, mit Fleiss einen ganz schwachen Stoss gegeben, worauf es sich von selbst immer geschwinder usque ad certum celeritatis gradum bewege, in welchem es hernach aequabiliter fortgegangen.

Goldbach.

## LETTRE CVII.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Traité sur la faculté de la pensée. Concours au prix de l'académie de Paris, relatif à la théorie de Saturne, et de celle de Berlin sur le système des monades. Miroirs ardents de Buffon. Suite des recherches arithmétiques.

Berlin d. 4. Juli 1747.

**E**w. erkenne mich für die Bemühung, womit Dieselben meine geringe Schrift von dem Vermögen zu gedenken\*) in Erwägung zu ziehen gewürdiget, gehorsamst verbunden. Es ist an dem, dass mein letzter Schluss nur auf diejenigen geht, welche die Seele für eine besondere Substanz, dabey aber doch für materiell halten, wobei ich insonderheit auf einige mir bekannte Wolfianer gesehen, welche glaubten, dass die Immaterialität der Seele von ihrem Meister nicht genugsam erwiesen worden. Nach den Lehrsätzen dieses Philosophi haben dieselben auch ganz recht zu zweifeln, denn wenn die Körper und ihre Elemente mit so vielerley

\*) Cet ouvrage m'est inconnu. Aussi ne se trouve-t-il pas dans la liste des oeuvres d'Euler placée en tête de ce volume.

thätigen und auf die Veränderung ihres Zustandes abzielenden Kräften begabet sind, so ist nicht abzusehen, wie die Kraft zu gedenken davon ausgeschlossen werden soll. Diese Leute geben also ohne Schwierigkeit zu, dass zum Gedenken eine thätige Kraft seinen Zustand zu verändern erfordert werde, und in Ansehung derselben glaube ich, dass mein Beweis Stich hält. Gegen diejenigen aber, welche glauben, dass das Vermögen zu gedenken ohne eine solche Kraft bestehen und bloß allein durch die vim inertiae bewerkstelliget werden könne, muss ich gestehen, dass mein Beweis nicht gilt. Es deucht mich aber, sobald man zugibt, dass in der Materie, ausser der vi inertiae, keine andere Kraft befindlich, das Vermögen zu gedenken nothwendig ausgeschlossen werden müsse. Denn, ungeacht in dem menschlichen Körper und insonderheit in dem Gehirn die subtilsten Theilchen fast in einer unbegreiflichen Bewegung sind, worauf die Materialisten insonderheit ihre Meinung gründen, so geht doch dabey nichts anders vor, als dass ein jegliches Theilchen so lang in seinem Zustand verharret, als solcher mit dem Zustand der benachbarten bestehen kann; widrigenfalls aber nach den regulis mechanicis eine Veränderung in ihrer Bewegung vorgehen muss. Hieraus kann auch kein anderes Resultat entstehen, als eine Aenderung des Zustands bloß allein in Absicht auf die Bewegung, und sobald man behaupten will, dass damit vielleicht noch ein anderes Resultat verknüpft sey, indem uns das Wesen der Körper nicht genugsam bekannt, so ist man genöthiget zu behaupten, dass ausser der inertia noch andere Kräfte darin vorhanden seyn müssen; und alsdann findet mein Beweis wiederum Platz.

Bey der Akademie in Paris werde ich auf künftiges Jahr

wenig Competenten haben, denn der Herr Bernoulli, welcher angefangen darauf zu arbeiten, ist wegen der allzuweitläufigen und verdrüsslichen Rechnungen wiederum davon abgestanden. Die Bewegung des Saturni war bisher noch weit weniger bekannt, als des Monds, denn noch bis jetzo haben die loca observata von den besten tabulis bis auf 20 Minuten differirt. Um diese Irregularitäten zu bestimmen werden erstaunliche calculi, sowohl theoretici als practici erfordert, welche ich auch für ein dreyfaches praemium nicht noch einmal unternehmen wollte. Denn ich habe über 100 loca Saturni mit dem Jupiter berechnet, und vermittelst der Theorie endlich solche tabulas herausgebracht, welche von allen sowohl alten als neuen Observationen nicht über 5 Minuten differiren. Eine grössere Accuratesse ist wegen der Unrichtigkeit der älteren Observationen nicht wohl zu hoffen, weil die neuen dazu nicht allein hinlänglich sind. Anjetzo stellt M. le Monnier zu Paris so accurate Observationen an, dass man auf etliche Secunden sicher seyn kann. Aus dergleichen Observationen habe ich meine tabulas solares rectificirt, und mit dem grössten Vergnügen befunden, dass dieselben anjetzo niemals über 5" von den Observationen differiren.

Die Pièce de Monadibus, welche bey uns das praemium erhalten, hat meine völlige Approbation, als welcher ich auch mein votum gegeben. In derselben ist das ganze Lehrgebäude der Monaden völlig zerstört. Wir haben über diese Materie 30 Pièces bekommen, von welchen noch 6 der besten, sowohl pro als contra monades, gedruckt worden. In denselben ist beiderseits zum wenigsten die Sach so deutlich ausgeführt, dass die bisherigen Klagen, als wenn man einander nicht recht verstanden, ins künftige gänzlich auf-

hören werden. Die ganze Sach beruhet auf der Auswickelung dieses raisonnements: die Körper sind divisibel; diese Divisibilität gehet entweder immer ohne Ende weiter fort, oder nur bis zu einem gewissen Ziel, da man auf solche Dinge kommt, welche nicht weiter theilbar sind. Im letztern Fall hat man die Monaden; im erstern, die divisibilitatem in infinitum, welche zwey Sätze einander so e diametro entgegengesetzt sind, dass davon nothwendig der eine wahr, der andere aber falsch seyn muss. Alle argumenta pro monadibus gründen sich hauptsächlich auf scheinbare Absurditäten, womit die divisibilitas in infinitum verknüpft seyn soll. Da man sich aber meistentheils von diesem infinito verkehrte Ideen gemacht, so fallen auch dieselben Absurditäten weg. Die Meinung der Monaden zertheilet sich wieder in zwey Parteien, wovon die eine den Monaden alle Ausdehnung gänzlich abspricht, die andere aber dieselben für ausgedehnt hält, jedoch ohne dass sie partes hätten und folglich divisibel wären, welche letztere Meinung meines Erachtens am leichtesten zu refutiren ist. Diejenigen, welche monades magnitudinis expertes statuiren, müssen endlich zugeben, dass auch aus der Zusammensetzung derselben kein extensum entstehen könne, und sind dahero genöthiget sowohl die Extension als die Körper selbst für blosse phaenomena und phantasmata zu halten, ungeacht sie bey dem Anfang ihres ratiocinii die Körper als reell angesehen; dergestalt, dass, wenn der Schluss wahr wäre, die praemissae nothwendig falsch seyn müssten.

Die Brennspiegel des Hn. Buffon sind aus lauter kleinen speculis planis, bey 200 an der Zahl, zusammengesetzt, welche alle leicht dergestalt gestellt werden können, dass von allen der Schein, auf einen Platz geworfen wird; wodurch

er diesen Vortheil erhält, dass er den focum so weit und wohin er will richten kann, die Sonne mag stehen wo sie will, welches bey den ordentlichen Brennsiegeln nicht möglich ist. Er hat damit Holz in einer Weite von 200 Schuh angezündet, und es ist kein Zweifel, dass wenn ein Vogel durch den focum fliegen sollte, derselbe gesenget werden müsste.

Wenn  $2 + 8n + 8px - 4xx - 4x$  eine summa duor. quadr., als  $= aa + bb$ , so wird  $3 + 8n + 8px$  seu  $3 + 8(n + px) = aa + bb + (2x + 1)^2$ , folglich eine summa trium quadr. Inzwischen kann ich nicht sehen, dass wenn  $2 + 8n$  schon für sich eine summa duor. quadr. wäre, deswegen  $x$  nothwendig  $= 0$  seyn müsse, indem ja zu einer summa duor. quadr. noch solche Zahlen gesetzt werden können, dass die Summe diese Eigenschaft behält. Hernach da  $3 + 8(n + px)$  dieser Formul  $8m + 3$  gleich seyn soll, so wird  $n + px = m$ , und folglich darf nur  $x$  gefunden werden, dass  $2 + 8m - 4xx - 4x$  eine summa duor. quadr. werde, d. i., man müsste sehn, ob man nicht von  $8m + 3$  ein solches Quadrat subtrahiren könnte, ut residuum esset summa duor. quadr., welches die Frage selbst ist. Nimmt man nun an  $2 + 8m$  sey schon eine summa duor. quadr., so kann freylich  $x$  entweder 0 oder  $-1$  seyn; ausser diesen sind aber öfters noch mehrere Fälle möglich. Als, die vorgelegte Zahl  $8m + 3$  soll seyn  $= 59$ . Da ist  $8m + 2 = 58 = 49 + 9$  eine summa duor. quadr. Soll nun  $2 + 8m - 4xx - 4x$ , d. i.  $58 - 4xx - 4x$  eine summa duor. quadr. seyn, so geschieht dieses wenn  $x$  entweder 0 oder  $-1$ ; ausser diesen Fällen aber kann  $x$  noch seyn  $= 1$ , oder 2, oder 3. Denn  $58 - 4.2 = 50 = 49 + 1 = 25 + 25$ ; ferner ist  $58 - 4.6 = 34 = 25 + 9$ , und wenn  $x = 3$ , ist  $58 -$

4.  $12 = 10 = 9 + 1$ . Die Ursach hievon ist, weil dergleichen Zahlen  $8m + 3$  öfters auf mehr als eine Art können summae trium quadr. seyn, als in diesem Exempel ist  $59 = 1 + 49 + 9 = 25 + 25 + 9$ . In welchem Umstand ich nichts finde, welches mir die Gewissheit des Satzes  $8m + 3 = 3\Box$  verdächtig machen könnte.

Ich glaube, dass Orfyre noch am Leben ist, weil er vor einiger Zeit ein Schiff unter dem Wasser zu fahren erfunden haben wollte. Sein perpetuum mobile hatte er in Stücke zerschlagen, und nach der Zeit nicht wieder verfertigen wollen, welches die Erfindung nicht wenig verdächtig macht. Der von Ew. angeführte Umstand, dass diese Maschine, als sie ein wenig in Bewegung gesetzt worden, sich hierauf immer geschwinder bis auf einen gewissen Grad bewegt, in welchem sie fortgelaufen, befindet sich in einer jeden Pendule. Denn wenn die Pendule aufgezogen und das pendulum still steht, so geht auch die Uhr nicht. Gibt man aber dem pendulo nur den geringsten Stoss, so kann das Gewicht wirken und die Bewegung kommt in ihren ordentlichen Gang. Statt des Gewichts möchte wohl in der Orfyreischen Maschine ein elastrum angebracht worden seyn: und dergleichen wäre wohl möglich, die ein ganzes Jahr lang fortgingen ohne von neuem aufgezogen zu werden. Auf diese Art sind alle erzählten Umstände dieser Maschine zu erklären, ausser demjenigen, welcher auch pflegt angeführt zu werden, dass Orfyre dem seel. Landgrafen das ganze Geheimniss entdeckt, und dieser Herr die Maschine für ein wahres perpetuum mobile gehalten haben soll, welches nicht zu vermuthen wäre, wenn die Bewegung einen solchen Grund gehabt hätte. Ich weiss aber nicht, ob dieser letzte Umstand seine völlige Richtigkeit hat, Euler.

## LETTRE CVIII.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Suite des recherches arithmétiques.

St. Petersburg d. 12. August 1747.

Für die mir communicirten unterschiedenen éclaircissements danke ich dienstlich; in meinem vorigen Schreiben aber soll es billig heissen: *dass in allen Fällen, da  $2 + 8n$  eine summa duorum quadratorum unico modo ist. . . . und in allen Fällen, da  $2 + 8n - 8p$  eine summa duorum quadratorum unico modo ist etc.*

In nachfolgender serie 1, 3, 7, 17, 41, 99, etc., deren lex progressionis  $A + 2B = C$  oder  $B = A + \sqrt{2AA \pm 2}$  und die formula generalis  $\frac{(1+\sqrt{2})^x + (1-\sqrt{2})^x}{2}$ , siehet man