wodurch die Construction nicht wenig erleichtert wird. Wenn ferner auf diese Art das punctum primae reflexionis M bestimmt wird, so darf man nur, um das punctum alterius reflexionis N zu finden, setzen $u = -u$, da denn v in $-v$ verwandelt wird, p aber den vorigen Werth behält. Es wird nehmlich: $CQ = -\frac{upp(cc-uu)}{c(a-v)} - \frac{2p(cc-uu)}{c} + \frac{u(a-v)}{c}$ und

$$QN = \pm\left(\frac{pp(cc-uu)}{c(a-v)} - \frac{2up}{c} - \frac{a+v}{c}\right)\sqrt{(cc-uu)};$$

$$CN = \frac{pp(cc-uu)}{a-v} + a - v.$$

LETTRE LXXXIV.

Goldbach à Euler.

Sommaire. Mêmes sujets. Réponse à la précédente. Méthode de transformer toutes sortes de séries divergentes en convergentes.

Sans date (St. Petersburg d. 25. Sept. 1745.)

Wenn ich (Fig. 16) das spatium, quod inter radium incidentem et reflexum in diametro intercipitur, CR, nach Ew. formulis exprimire, so wird selbiges in der ellipsi constans seyn, in den andern curvis aber jederzeit solche limites haben, dass wenn CO die abscissa respondens applicatae maximae OE ist, das spatium interceptum $CR = 2CO$ zwischen diesen limitibus begriffen sey. Es lässet sich zwar dieses spatium interceptum durch die Aequation

$$CR = \frac{CP.NQ + MP.CQ}{MP + NQ}$$

generaliter leicht bestimmen, aber in der Application auf Ew. formulas scheinet sie mir etwas weitläufig zu werden.

In demjenigen, was Ew. von den seriebus divergentibus schreiben, bin ich völlig Dero Meinung. So viel ich mich erinnere, sind dergleichen series von einigen mathematicis darum verworfen worden, weil sie aus einer divisione praepostera entstehen; allein zu geschweigen, dass man selbige nach Belieben ohne einige Division formiren kann, so lassen sich auch die summae auf unterschiedene Arten finden, wenn man diese series terminorum signis alternantium in series terminorum mere affirmativorum verwandelt. Ich erinnere mich nicht, ob etwa schon in den Comment. Petrop. einer Methode Erwähnung geschehen, die in Folgendem bestehet: Datae seriei $A \ldots a - \beta + \gamma - \delta +$ etc. singuli termini fiant aequales singulis terminis seriei

$B \ldots a - \frac{1}{2}(b-a) + \frac{1.3}{2.4}(c-2b+a) - \frac{1.3.5}{2.4.6}(d-3c+3b-a)+$etc., hoc est $a = \alpha$, $b = \alpha + 2\beta$, $c = \frac{3\alpha + 12\beta + 8\gamma}{1.3}$, etc. erit series A aequalis termino, qui respondet exponenti $\frac{1}{2}$ in serie $C \ldots a + b + c + d +$ etc. Sumantur termini reciproci seriei C et fiat series $D \cdots \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} +$ etc. erit terminus respondens exponenti $\frac{1}{2}$ in serie D aequalis seriei

$$E \cdots \frac{1}{a} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) + \frac{1.3}{2\,4}\left(\frac{1}{c} - \frac{2}{b} + \frac{1}{a}\right) - \frac{1.3.5}{2\,4.6}\left(\frac{1}{d} - \frac{3}{c} + \frac{3}{b} - \frac{1}{a}\right) + \text{etc.}$$

Quodsi jam summa seriei E ponatur $= p$, dico summam seriei A esse $= \frac{1}{p}$, unde sequitur summam seriei $2 - 6 + 24 - 120 +$ etc. esse $= 1 : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{14} + \frac{29}{210} + \text{etc.}\right)$.

Es ist aber auch die series $2 - 6 + 24 - 120 +$ etc. gleich dieser $1 - 2 + 9 - 48 + 300 - 2160 +$ etc., in welcher alle termini, affirmative considerati, diese legem pro-

gressionis haben: Sit exponens terminorum $n - 2$, terminus illi exponenti respondens A, summa omnium terminorum usque ad terminum A exclusive $= S$, erit terminus sequens $B = nA + S$. Si v. gr. dato termino tertio $= 9$, quaeratur quartus, erit exponens termini dati $n - 2 = 3$, $n = 5$, et summa omnium terminorum praecedentium $1 + 2 = 3 = S$, ergo terminus quartus $= nA + S = 5.9 + 3 = 48$. Die summa dieser seriei aber wird nach voriger Methode also exprimiret $1 : (1 + \frac{2}{3} + \frac{13}{55} +$ etc.), allwo die ersten drey termini des numeratoris viel weiter gehen, als in der vorher angegebenen summa, ohngeachtet beyde summae einander gleich seyn müssen.

Goldbach.