

non mutetur sive  $t$  et  $u$  capiantur negative sive affirmative. Si itaque pro relatione inter  $t$  und  $u$  assumatur hujusmodi aequatio  $\alpha t t + \beta u u = \alpha \alpha$ , seu  $\alpha \alpha = \alpha t t + \beta u u + \gamma t^4 + \delta t^2 u^2 + \epsilon u^4$  etc. semper prodibit curva quaesito satisfaciens. Assumta autem hujusmodi idonea aequatione inter  $t$  et  $u$ , erit  $s = t$  et  $\frac{s ds}{dr} = \frac{t dt}{dr} = u$ , unde fit  $r = \int \frac{t dt}{u}$ ,  $p = \sqrt{(r r + s s)}$  et  $y = r + \frac{s s}{r}$ . Sicque obtinetur relatio inter quemvis radium  $CM$  et respondens perpendicularum in tangentem  $CP$ , ex qua relatione curva construi potest.

Si pro aequatione inter  $t$  et  $u$  assumatur  $t t + u u = \alpha \alpha$ , erit  $u du = -t dt$  et  $r = b - u$ , existente  $s = t = \sqrt{(\alpha \alpha - u u)}$ , unde  $p = \sqrt{(\alpha \alpha + b b - 2 b u)}$  et  $y = \frac{p p}{r} = \frac{\alpha \alpha + b b - 2 b u}{b - u}$ , seu ob  $u = \frac{\alpha \alpha + b b - p p}{2 b}$ , erit  $r = \frac{b b - \alpha \alpha + p p}{2 b}$  et  $y = \frac{2 b p p}{b b - \alpha \alpha + p p}$  seu  $p p = \frac{(b b - \alpha \alpha) y}{2 b - y}$ , quae aequatio praebet omnes ellipses, alterum focus in  $C$  habentes. Sumtis igitur aliis aequationibus inter  $t$  et  $u$ , supra descriptam indolem habentes, infinitae aliae curvae satisfaciens prodibunt, inter quas quoque curvae algebraicae reperientur, wie ich denn unter andern auch eine ordinis sexti gefunden habe.

Euler.



## LETTRE LXXXII.

=

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Considérations ultérieures sur la courbe catoptrique.

St. Petersburg d. . . Julii 1745.

Ich weiss nicht eigentlich, ob mir bey Abgang meines letztern Schreibens schon bekannt gewesen, dass Ew. das Directorium der mathematischen Classe in der Königl Akademie der Wissenschaften erhalten, in welchem Fall ich Deroselben (dieses relativum gehet sowohl auf Ew. als auf die Akademie selbst) schon damals, wie ich es jetzo thue, dazu hätte gratuliren sollen. Das Absterben Dero Hn. Vaters habe zu allererst aus dem letzten Briefe vernommen, und wie den Verlust, so Sie hiedurch erlitten, von Herzen bedaure, so wünsche hingegen, dass Ew. ein gleiches Alter bey guter Gesundheit und allem Vergnügen erreichen mögen.

Für die mir communicirte Solution danke ich dienstlich. Ich zweifle nicht, dass dieselbe so kurz sey, als nur mög-

lich; allein sie erfordert doch eine besondere Application, um alles recht einzusehen. Ohngeachtet nun zur Solution die consideratio unius puncti  $C$  (Fig. 13), aus welchem die radii ausgehen und wohin sie post duplicem reflexionem zurückkehren, gnugsam ist, so halte ich doch davor, dass ausser diesem, noch ein anderes punctum in allen dergleichen curvis, in eadem a centro distantia zugegen seyn muss, welches eben dieselbe Proprietät als das punctum  $C$  haben wird; dahero, wenn das problema folgendergestalt concipirt würde: Datis diametris curvae  $AB$  et  $DE$ , invenire in axe  $AB$  punctum  $C$ , ex quo omnes radii etc., so möchte ich gern sehen, wie dergleichen curva non-ellipsis von einer ellipsi differiren würde, denn ich zweifle sehr, ob eine curva, deren vier quadrantes nicht similes et aequales sind (wie in der ellipsi) zur Solution geschickt seyn könne. Ist aber die curva solchergestalt beschaffen, so kann man die Probe, ob eine aequatio data satisfaciret, auch folgendermaassen, nach Ew. Anleitung anstellen: Sit radius quicumque ex puncto  $C$  in curvam incidens  $CD = y$ , radius a curva reflexus (in axem)  $DF = y'$ , radius ab axe reflexus (ita ut ang.  $CFD =$  ang.  $BFG$ )  $FG = y''$ , radius a curva reflexus  $GC = y'''$ . Requiritur ut spatium in axe interceptum  $CF$  inter  $y$  et  $y'$ , item inter  $y''$  et  $y'''$  sit idem.

Goldbach.



## LETTRE LXXXIII.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Recherches sur les séries. P. S. Courbe catoptrique.

Berlin d. 7 August 1845.

— — Ich habe seit einiger Zeit mit dem Hn. Prof. Nicolao Bernoulli zu Basel eine kleine Dispute über die series divergentes, dergleichen diese ist

$$1 - 1 + 2 - 6 + 24 - 120 + 720 - \text{etc.}$$

gchabt, indem derselbe geläugnet, dass alle dergleichen series eine determinirte Summ haben, ich aber das Gegentheil behauptet, weilen ich glaube, dass eine jegliche series einen bestimmten Werth haben müsse. Um aber allen Schwierigkeiten, welche dagegen gemacht worden, zu begegnen, so sollte dieser Werth nicht mit dem Namen der Summ be-  
leget werden, weil man mit diesem Wort gemeiniglich einen solchen Begriff zu verknüpfen pflegt, als wenn die