LETTRE XXI.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE Démonstration d'un théorème de géométrie.

Petropoli d. 12 Octobr. 1735.

Hesterni Tui theorematis praeterita nocte hanc demonstrationem imaginatus sum, quam mane veram deprehendi. Dato (Fig. 5.) rectangulo quocunque ADC, ducatur indefinita AF perpendicularis ipsi AC, ex qua abscindatur $AB = AD$. Si ex puncto C ducatur quaevis $CE = CD$ et ex E erigatur perpendicularis occurrens ipsi AF in F, dico esse $EF = BF$. Sit $AB = AD = a$, $CD = CE = b$, $AC = \sqrt{(a^2 + b^2)} = f$, $AF = e$, $AI = x$. Erit
$AF:AI::CE:EI = \frac{bx}{e}$; $AF:FI::CE:CI = \frac{b\sqrt{(e^2+x^2)}}{e} = f - x$,
ergo $x = \frac{e^2 f \pm e\sqrt{(e^2 f^2 + (b^2 - f^2)(e^2 - b^2))}}{e^2 - b^2}$; ergo $FE = FI + IE = \sqrt{(e^2 + x^2)} + \frac{bx}{e} = \sqrt{(a^2 + e^2)} = FB$.
Ex quo patet, cum puncta E et F sint arbitraria, circulum quemcunque ductum radio FE ad angulos rectos secari per circulum ductum radio CE.

Goldbach.

LETTRE XXII.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Solution d'un problème de géométrie.

.... d. Febr. 1736.

Problema mecum communicatum: Datis in quadrilatero (Fig. 6.) $ABCD$ omnibus lateribus et altera diagonali AC, invenire alteram diagonalem BD, sic solvi posse puto: Sit $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, $BD = y$. Quoniam data diagonali alterutra datur etiam area quadrilateri, quem pono $= \frac{e}{4}$,

erit $\left(-(a^2 - b^2)^2 + 2(a^2 + b^2)y^2 - y^4\right)^{\frac{1}{2}} +$

$$\left(-(c^2 - d^2)^2 + 2(c^2 + d^2)y^2 - y^4\right)^{\frac{1}{2}} = e.$$

Unde positis $-(a^2 - b^2)^2 = \alpha$, $+2(a^2 + b^2) = \beta$, $-(c^2 - d^2)^2 = \gamma$, $+2(c^2 + d^2) = \delta$ et