

haben sollte, war mir  
mehr Gelegenheit gehabt  
als Ew.; muss also dieses  
in je wahr ist, dass in  
er die Gelehrten zu ci-  
fe. In diesem Falle ist  
welcher nicht nur inter-  
os etc. keinen Platz fin-  
tung tractirt wird. Ich  
er Freund Ihnen dieses  
e sich hierüber scanda-  
re pièce de aestu maris  
unden worden, wie ich  
1 dem praemio würden  
eputation in Frankreich  
l selbst, und haben die  
st als eine Verachtung,  
inen blauen Dunst vor  
e aux yeux, so haben  
wohl, wie wenig Ew.  
ieden zu seyn, welche  
um saeculi nostri zu  
ber ich bin versichert,  
lebte, er selbst ganz  
n. Was mich am mei-  
7 methodum Newtoni  
riundam platterdings  
er doch in hypothesi  
von ungefähr 9 poll.  
Laurin und ich egre-  
e aus meiner Solution

sehen, welche sich ad omnes quascunque stratorum terrae  
densitates extendirt, dass der Unterschied von Ihrem und  
unserm Resultat nur daher kommt, dass Sie auf die varia-  
tionem gravitatis, quae in eadem a centro terrae distantia  
a sola variata figura terrae oritur, nicht attendirt vid. p. 86.  
Da nun dieser einzige Umstand das problema schwer macht,  
und ohne denselben das problema gar leicht ist, so werden  
Sie selber leicht erachten, was die Engländer für critiques  
hierüber machen werden. Sie nennen nachgehends diese  
elevationem aquarum von 23 poll. a Newtono definitam  
enormem, nicht ohne Absicht, nur weil Sie eine kleinere  
finden; da doch einem Jeden unbegreiflich vorkommen wird,  
wie a vi aliquot pedum so grosse effectus entstehen können,  
ungeachtet der grossen Friction, welche in einem District  
von mehr denn 1000 Meilen, und gar vieler anderer im-  
pedimentorum entstehen müsse. Aus dieser Consideration  
mache ich das grösste mérite meines traité darin bestehen,  
dass ich gewiesen, dass in hypothesi auctae densitatis terrae  
versus centrum, die elevatio aquarum sine limite könne ver-  
mehrt werden. Es hat mich auch Wunder genommen, dass  
Sie mit so grossen elogiis von den vorticibus reden, ja  
praetendiren demonstrirt zu haben, dass sich die Sach un-  
möglich anders verhalten könne, welche methodum exclu-  
sionis Sie auch in Dero Tractat de igne gebraucht. Ich  
glaube in der hypothesi vorticum und derselben examine so  
weit gegangen zu seyn, als ein Anderer, und kommen mir  
dóch dato noch ganz apocryphisch vor, ja, dass sie die ge-  
sunde Vernunft blessiren; insonderheit, wenn man vortices  
statuirt, da die vis centrifuga major ist in minori distantia  
a centro, welches ich absolute glaube contra regulas hydro-  
staticas, indem die nähere Materie allzeit müsse sich von

dem centro entfernen. Uebrigens kann ich nicht genugsam sagen, wie sehr mir Ihr Tractat profund vorkommt und Dero grosse Penetration bewundere, und gratulire mir mehr, nebst Ihnen das praemium getheilt, als ohne Dero Concurrenz solches allein gewonnen zu haben. Ich applaudire mir auch, dass ich mich in so vielen Stücken mit Ihnen rencontrirt habe. Solches wird auch einem Dritten wunderbar vorkommen, dass zwey Personen sowohl in quaestionibus formandis als solvendis so genau übereinkommen können. Ich hatte auch die aestus sub forma oscillationum tum verticalium tum horizontalium concipirt, wie Ew. Cap. VI. Um die Ausrechnung wäre es mir eben nicht hang gewesen, wenn ich nur die hypotheses hydraulicas zu errathen möglich erachtet hätte; so aber ist es mir als ein problema valde indeterminatum vorgekommen. Doch aber hätte ich mich des Sprichworts erinnern sollen: Est aliquid prodire tenus cum non datur ultra. Ew. hypotheses sind zwar valde liberales, doch aber dienen sie annoch einige phaenomena besser zu eclairciren. Wenn Ew. meinen Tractat zu lesen gewürdigt haben, so werden Sie mir einen Gefallen thun, mit eben der Freyheit, deren ich mich bedient, mir Dero remarques zu communiciren. Ich flattire mich keineswegs, dass keine Fehler darin seyen, und von wem kann ich solche eher erfahren als von Ew., welche alle Andere sowohl an Penetration, als hoffentlich auch an Freundschaft übertreffen. Ew. ideas de seriebus earumque terminis generalibus etc. approbire ich gänzlich, und zweifle ich keineswegs an dem usu, sonderlich nicht an der Summation seriei  $1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}$ . Ich hab das dubium, so Herr Cramer aus Genf gemacht, auch solvirt ex radicibus imaginariis;

ugsam  
t und  
mehr,  
oncur-  
re mir  
n ren-  
derbar  
ionibus  
önnen.  
m ver-  
up. VI.  
wesen,  
1 mög-  
oblema  
ch mich  
e tenus  
alde li-  
nomena  
u lesen  
1 thun,  
r Dero  
eswegs,  
inn ich  
ere so-  
adschaft  
nis ge-  
ch kei-  
amation  
Cramer  
ginariis;

doch aber begreife ich noch nicht recht, wie die series  
 $1, 1.2, 1.2.3, 1.2.3.4,$  etc. könne betrachtet werden, als  
termini quantitatis continue fluentis, da ich noch nicht recht  
sehe, wie der numerus factorum könne ein numerus fractus  
seyn; doch illustirt sich dieses aus der progressionem geome-  
trica  $a^x$ . Ew. remarques über die radices imaginarias sind  
sehr ingenios; ich zweifle nicht daran, dass sie einen grossen  
Nutzen haben, sonderlich pro integrationibus fractionum ra-  
tionalium. Dero Solution problematis de globo rotando pro-  
gredientis kommt mit meiner überein, ausser dass Sie die  
hypothesen zu viel restringiren. Wie wird es wohl künftig-  
hin mit den Commentariis Acad. Petrop. gehen? Den 7<sup>ten</sup>  
und 8<sup>ten</sup> tomum habe ich noch nicht gesehen . . . .



## LETTRE XXIII.

SOMMAIRE. Suite de la critique de la théorie du flux et du reflux d'E. Mouvement d'un globe sur un drap rude. Méthode de trouver des séries sommables par la voie des intégrations et des différentiations. Problème du mouvement d'un corps dans un tube mobile autour d'un axe donné et applications de ce problème.

Basel d. 7. März 1742.

Für Ew. schleunige und sehr höfliche Antwort sage Denselben schuldigsten Dank, sonderlich aber für die weitläufige Beschreibung aller nouvelles wegen der Petersburger Akademie; ich erkenne aus allem diesem Dero schätzbare Freundschaft und Grossmuth, welcher ich auch zuschreibe, dass Sie meine Briefe so gütig aufnehmen, da ich doch gar gerne bekenne, wie unnütz Ihnen solche seyn müssen. . . . Wenn Ew. ein Exemplar von dem discours sur les marées wollen, werden Sie wohl müssen eins von Paris verschreiben. Ich dachte man würde den auctoribus zum Wenigsten etliche Exemplare zukommen lassen und hab deswegen Commission gegeben mir 4 Exempl. zu schicken, ich hab aber solche

mit 40 L. bezahlen müssen. Diese vilainie hätte ich von der Pariser Akademie niemals vermuthet. Wenn ich solches gewusst hätte, würde ich meinen Tractat sogleich haben lassen in Genf drucken, wofür man mir nebst vielen Exemplaren noch ein schön Stück Geld würde gegeben haben. Die 625 L., so jeder von uns bekommen, sind kaum ein Taglohn für einen Handwerksmann, indem noch keine Quaestion proponirt worden, die so viele mühsame calculos erfordert und so weitläufig ist; sonderlich in constructione tabellarum. Wenn Ew. belieben die vortices, in quibus vis centrifuga sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, zu untersuchen, werden Sie gewiss finden, dass dieselbe unmöglich subsistiren könne, ohngeachtet des Exempels, so Sie allegiren und welches ich nicht läugne. Der Herr Clairaut, der in hypothesi attractionis die figuram terrae fluidae untersucht, hat mir aus Occasion dessen, was ich in Sect. XI Hydrodynamicae sage, eben die Objection gemacht, welche ich aber ihm bewiesen, dass sie nicht quadrare. Denn in der attractione supponirt man eine variationem gravitatis a solo situ particulae gravitantis pendentem. Wenn man diese variationem wollte mechanice expliciren, würde schwerlich können eine Explication erdacht werden, welche nicht auch eine Contradiction involvirte. Ich betrachte also die causam variationis als extra materiam positam, oder so zu sagen als immateriale; in diesem Fall nun gestehe ich, dass wenn ein Fluidum homogeneous in cylindro verticali enthalten wäre, dessen singulae particulae versus fundum gravitirten in ratione distantiarum a fundo, dieses fluidum in statu aequilibrü permanente sey; denn wenn zwey particulae aequales, inaequaliter a fundo distantes, ihren locum commutirten, wäre post et ante commutationem situs der status fluidi

indiscernibilis, und hätte man einen effectum sine causa, und würde dieser effectus contra principium conservationis virium vivarum streiten. Es ist aber ganz ein Anderes, wenn man will anstatt hujus gravitationis a solo situ pendentis, substituiren vim centrifugam pariter a solo situ pendentem; denn die vis centrifuga hat eine causam mechanicam und ist gleich dem quadrato velocitatis diviso per distantiam a centro. Wollte man nur eine intelligentiam immaterialem statuiren, die da machte dass keine particula ihre distantiam a centro ändern könne, ohné dass sie ihre velocitatem verändere in ratione reciproca subduplicata distantiarum, wenn auch diese particula ganz allein gyrirte, und keine andere Materie da wäre, so gestehe ich den statum permanentiae vorticis. Aber diese hypothesis involvirt ein absurdum contra principia mechanica; denn auf diese Weis könnte ich auch supponiren eine causam occultam, welche machte, dass die velocitas particulae gyrantis constanter rationem directam subduplicatam distantiarum a centro immobili behielte, und in dieser hypothesis hätte ein corpus in gyrum actum gar keine vim centrifugam und könnte man hypotheses fingiren, dass die vires centrifugae müssten negativae werden. Wollen Ew. die gravitationem in ratione reciproca quadrata distantiarum mechanice expliciren, so muss man nichts contra principia mechanica annehmen. Es sey nun ein vortex materiae homogeneae, in quo velocitates sint ratione reciproca subduplicata distantiarum (welchen vorticem Sie statuiren), so kann solcher nicht permanens seyn; denn ob majorem vim centrifugam werden die particulae centro propiores mit den remotioribus ihre loca wechseln; nach dieser Abwechslung, würde die nähere particula (welche ihre vorige velocitatem zu behalten trachtet) von der materia, welche in ihrem Kreis

e causa, und  
tionis virium  
, wenn man  
ntis, substi-  
ntem; denn  
nd ist gleich  
a centro.  
n statuiren,  
m a centro  
erändere in  
auch diese  
Materie da  
rticis. Aber  
ncipia me-  
supponiren  
e velocitas  
subdupli-  
d in dieser  
keine vim  
, dass die  
ollen Ew.  
tantiarum  
principia  
teriae ho-  
a subdu-  
, so kann  
vim cen-  
mit den  
schlung,  
locitatem  
m Kreis

circulirt, accelerirt und diese materia retardirt; die parti-  
culae aber remotiores factae, würden retardirt et a reactione  
sua würden sie die materiam aequaliter distantem a centro  
acceleriren, und diese Veränderung wird so lang währen,  
bis die vis centrifuga in minori distantia a centro nicht mehr  
grösser ist, als in majori distantia, und also auf das Wenigste  
bis die velocitates wachsen in ratione directa subduplicata  
distantiarum, und bei dieser Veränderung, si nullae essent  
frictiones, würde das principium conservationis virium vi-  
varum observirt werden; vielleicht würde alsdann noch eine  
fernere Veränderung vorgehen, bis ein gewisses maximum,  
welches ich noch nicht sehe, obtinirt würde, und wenn  
man dieses maximum wüsste, könnte man die legem vorticis  
permanentis, in quo nullae sint frictiones, per methodum  
isoperimetricorum leicht determiniren. Ich weiss nicht, ob  
ich mich genugsam explicirt habe; dem Hrn. Clairaut habe  
ich meine Meinung weitläufiger explicirt und denselben per-  
suadirt . . . . Meine meditata über den motum globi super  
panno aspero bin ich dato wirklich occupirt zu Papier zu  
bringen. Ich habe gemerkt, dass praeter frictionem horizon-  
talem et tangentialem noch eine andere Friction muss consi-  
derirt werden, da ja ein globus, motu rotatorio quem per-  
fectum vocavi motus, gar bald seinen ganzen motum ver-  
liert, welches nicht kann resistentiae aëris attribuirt werden.  
Diese andere frictio ist die schwerste und möchten wir wohl  
hierüber quoad physicum nicht mit einander übereinstimmen.  
Was aber die calculos mathematicos anbelangt, bin ich ver-  
sichert, dass wir Beide accordiren würden, wenn wir nur  
gleiche hypotheses physicas machen. Es scheint mir, Ew.  
haben nunmehr auf diese andere Friction auch Reflexion  
gemacht. — Die methodum series inveniendi summabiles per

methodum integrationum et differentiationum hab ich schon gebraucht, ehe ich bin auf Petersburg kommen, und ist nicht schwer zu sehen, wie man die series  $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$  und andere dergl. kann ad quadraturas spatiorum reduciren; Ich will aber lieber vorher sehen, was Ew. hierüber an meinen Vater geschrieben, ehe und bevor Denselben meine ehemalige meditata hierüber communicire, zumalen ich schon zum Voraus weiss, dass Ihnen hierüber nichts Neues überschreiben kann. — Die oscillationes corporum de filo flexili suspensorum, haben ja Ew. schon lange absolvirt; nimmt mich also Wunder, ob Sie etwas Neues über dieses argumentum erdacht. Ich glaube, dass Ew. problema de motu corporis in tubo, circa datum axem mobili, schwer sey; doch habe ich einige principia mechanica; vermittelst welcher ich das problema wohl hoffe zu solviren, wenn ich mich genugsam dazu disponirt befände. Die allzu grosse generalitas nimmt der Quaestion selbstn viel Eleganz; deswegen ich öfters meine Methoden, ut argumentum simplicius et elegantius fiat, restringire, obgleich ich selbe gar viel extendiren könnte. Ew. könnten das argumentum generale sonderlich ad cochleam Archimedis appliciren in einem corollario. Diese problemata hab ich zuerst proponirt und solvirt aus occasione aquarum super tubo in navi devolutarum, da ich denn bewaise, dass eine gleiche reactio in navem herauskomme, als wenn das Wasser ex cylindro per foramen läuft, caeteris positis paribus. Es ist eine gewisse conservatio quantitatis effectuum ab eadem quantitate potentiarum animatarum obtinendorum, welche die natura gemeiniglich observirt: Man muss also behutsam seyn in aestimando effectu remorum eodemque comparando cum labore impenso. Den ganzen mechanismum remigationis hab ich auch ex principiis ge-

hab ich schon  
men, und ist  
 $+\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \text{etc.}$   
um reduciren:  
erüber an mei-  
ben meine ehe-  
alen ich schon  
s Neues über-  
de filo flexili  
solvirt; nimmt  
r dieses argu-  
lema de motu  
awer sey; doch  
ist welcher ich  
ich mich ge-  
osse generalitas  
deswegen ich  
plicius et ele-  
viel extendiren  
rale sonderlich  
rollario. Diese  
olvirt aus occa-  
m, da ich denn  
herauskomme,  
läuft, caeteris  
atio quantitatis  
imatarum obti-  
observirt: Man  
fectu remorum  
Den ganzen  
principiis ge-

nuinis deducirt und ingleichen unterschiedliche maxima und minima gefunden, aus welchen aber wenig avantage erwarte. Wenn Ew. können mit der Hälfte remigum so viel auswirken, als sonst, wäre dieses eines von den grössten inventis saeculi nostri. Ich hab drey oder vier ganz differente navigandi modos examinirt und in singulis gefunden, dass die velocitas navis sey in ratione subtriplicata numeri operariorum, quorum labores aestimo ex pressione quam exercent et velocitate qua locum pressionis movent. Unterdessen kommt mir dieses theorema suspect vor und zweifle schier, ob die Experiencz solches confirmiren würde, denn es dünkt mich, dass acht mal so viel Ruderer plus quam duplam velocitatem navis produciren würden.



## LETTRE XXIV.

SOMMAIRE Considérations ultérieures sur la nature des vertiges. Suite des remarques relatives au mouvement d'un globe sur un drap rude, et aux séries sommables. Sur le travail des rameurs.

Basel d. 14. April 1742.

. . . . Ich gratulire Ew. zu der Ehr, die Württembergischen Prinzen in der Mathematik zu informiren; Ew. machen auf alle Weise diesen Wissenschaften viel Ehr, und schier gar zu viel, um nicht alle übrigen mathematicos abzuschrecken. Es dünkt mich, unsere idées von der natura vorticum seyn noch gar zu weit von einander entfernt, um zu hoffen, dass solche durch Briefschaften können conciliirt werden. Ew. belieben zu melden, *es dünke Sie, dass ein vortex cum data celeritatum ratione quacunque bestehen könne.* Sollte denn ein vortex, dessen strata remotiora veluti quiesciren, die strata aber centro propiora eine velocitatem veluti infinitam haben, wohl können in statu permanentiae seyn? Wenn

aber solches nicht ist, so müssen doch gewisse limites statuirt werden, und sehe ich keine andere limites, als dass die vis centrifuga stratorum propiorum centro nicht grösser sondern wenigstens gleich seyn müsse viribus centrifugis stratorum a centro remotiorum. Dieses ist mir ein principium, das nicht nöthig hat demonstrirt zu werden, doch aber getraue ich mir solches noch ad principia evidentiora reduciren zu können. Wenn man nun weiter gehen wollte und examiniren, quisnam ultimus vorticis status permanens seyn wird, posito stratu fluidi nullam habere frictionem et vim vivam omnis motus in vortice conservari, so dünkt mich schier das fluidum werde nicht eher in statu permanente seyn, als bis die extima superficies vorticem continens am wenigsten gedrückt werde a conatu totius vorticis recedendi a centro. Was ich sonst in meinem letztern gemeldet über diese Materie, ist gewesen um zu zeigen die dissimilitudinem inter casum praesentem et alterum, quo particularum gravitas a solo situ pendet, ohne eine causam mechanicam variationis gravitatis dabei zu supponiren, als wenn ein Engel, oder auf das Wenigste Etwas extra materiam positum solche variationem gravitatis verursache. In den vorticibus aber verhält sich die Sach ganz anders, indem die vis centrifuga zum Theil a velocitatibus dependirt. Wenn aber bei den vorticibus auch eine causa extra vortices posita supponirt würde, welche da machte, dass eine jede particula constantissime velocitatem behielte reciproce proportionalem radicibus distantiarum a centro, so würde der vortex allzeit subsistiren können, welchen Ew. in tractatu de aestu maris supponiren, und quivis alius vortex, so wie Sie sagen. Auf diese Weise würden die particulae fluidi keinen effectum inertiae haben und wäre quivis vortex permanens, weil

iges. Suite des  
p rude, et aux

pril 1742.

bergischen  
achen auf  
hier gar  
hrecken.  
m seyen  
en, dass  
Ew. be-  
m data  
denn  
t, die  
nitam  
Wenn

post et ante variationem (wenn eine geschähe) die status vorticum indiscernibiles wären, und wäre eine mutatio sine effectu, welches ich wider alle principia metaphysica zu laufen supponire. Will man aber die vortices secundum regulas mechanicas betrachten, so verhält sich ja die Sach ganz anders, indem, wenn zwei particulae ihren locum permutiren, eine wirkliche Veränderung geschieht, welche eine Veränderung in den zwey ganzen stratis verursacht; denn das eine stratum wird accelerirt und das andere retardirt. Ew. belieben diese Materie genauer zu untersuchen, so glaube ich, dass wir in unsern sentiments übereinstimmen werden. — Meine meditata über den motum globi super panno aspero devoluti hab. ich nun auch zu Papier gebracht; hab aber im Sinn noch weiter zu extendiren. Ich habe gefunden, dass zwey frictiones diversi valoris müssen considerirt werden, welchen man potentias substituiren könne, die eine in *A* (Fig. 37), quam voco *F*, die andere in *C*, quam pono = *f*; punctum autem *C* est centrum oscillationis globi ex puncto *A* suspensi. Darnach erfordert die lex continuitatis, dass man omnes motus possibles in vier casus abtheile: 1. wenn der motus rotatorius circa centrum *B* in antecedentia geschieht und zugleich kleiner ist, als der motus progressivus, 2. wenn der motus rotatorius in antecedentia grösser ist, als der motus progressivus, 3. wenn der motus rotatorius in consequentia geschieht, und die velocitas centri *B* grösser ist als  $\frac{2F+2f}{5F-2f} a$ , ubi per *a* intelligitur velocitas qua punctum *D* circa *B* in consequentia rotatur, 4. wenn die velocitas centri *B* in antecedentia kleiner ist als  $\frac{2F+2f}{5F-2f}$ . Der Unterschied zwischen dem 3ten und 4ten casu ist, dass in dem 4ten der globus zurückkehren wird post absolutum

die status  
 ratio sine  
 hysica zu  
 secundum  
 die Sach  
 cum per-  
 welche  
 rursacht;  
 dere re-  
 rsuchen,  
 stimmen  
 r panno  
 ht; hab  
 gefun-  
 siderirt  
 lie eine  
 n pono  
 obi ex  
 uitatis,  
 theile:  
 ntece-  
 s pro-  
 dentia  
 notus  
 centri  
 ocitas  
 wenn  
 $\frac{+2f}{-2f}$   
 dass  
 tum

spatium  $\frac{P}{F+f} \cdot C$ , ubi  $P$  denotat pondus globi et  $C$  altitudinem debitam velocitati  $B$ ; in dem 3ten casus aber wird das corpus gar nicht zurückkehren. Ich möchte nun wissen ob dieses mit Ew. Resultat übereinkomme; ich zweifle schier daran, indem bei diesen Untersuchungen gar viele considerationes physicae erfordert werden. Ich weiss nicht, was ich mit meinen piéces anfangen soll; denn wenn man in Petersburg auctoritate suprema eine Aenderung vornehmen wollte, entweder mit der ganzen Akademie oder mit mir, so wollte ich mich nicht mehr mit diesen Occupationen schleppen . . . . Ich sehe nun freylich, dass Sie die differentiationes und integrationes serierum anders nehmen, und zwar auf eine viel nützlichere und ingeniosere Weise als ich, da ich auch nur gefunden dass

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \text{etc.} = \int \frac{dx}{x} \cdot \log \frac{1}{1-x}$$

Ich möchte wissen, ob sich Ew. methodi nicht auch erstrecken auf die series, in welchen die Exponenten nicht progressionem arithmetica gehen, als z. Ex., si  $a$  est numerus fractus, invenire summam seriei  $a + a^4 + a^9 + a^{16} + \text{etc.}$  Dergleichen problemata würden ein ganz neues Licht in mathematicis geben. — Was Ew. von der remigatione melden, kommt zum Theil mit meinen recherches überein, aber nicht in allen Stücken. Ich glaube auch einzusehn, was in Ihrer Methode den dissensum verursahe: Einmal weiss ich gewiss, dass nicht alle theoremata, so Sie allegiren, können recht seyn, und wünsche also, dass Sie dieselben ante promulgationem noch einmal genau a capite ad calcem untersuchen, und so Sie darauf beharren, mir in Kurzem Dero calculos zu überschreiben. Ohne Zweifel kommen Sie

mit mir in dem principio überein, dass der labor absolutus operarii pro dato tempore müsse aestimirt werden ex pressione quam exercet contra remum et velocitate quacum remum agitat in eodem puncto cui pressio applicata est.

*P. S.* Ueber den Cometen hab ich keine besondere observationes gemacht, doch aber denselben etliche Mal gesehen.



solutus  
x pres-  
im re-  
st.  
re ob-  
etliche

## LETTRE XXV.

SOMMAIRE. Première idée de l'application des mathématiques aux sciences politiques et morales Sur différents sujets traités dans les lettres précédentes. Problème de dynamique.

Basel d. 28. Juli 1742.

Endlich sind meine zweyjährige ausserordentliche labores academici zu End gelaufen und befinde mich dadurch in Stand gesetzt mit mehrerem otio Dero wertheste Correspondenz zu cultiviren . . . . Ich gratulire Denselben zu dem zwischen I. K. M. von Preussen und der Königin von Hungarn gemachten Frieden; alle unpartheiische Leute benedeyen hierüber den König; Ew. aber insonderheit hätte nichts Tröstlicheres widerfahren können, indem Sie dadurch endlich in Stand gesetzt worden Dero Licht leuchten zu machen. Dero Herr Vater hat mir gemeldet, wie viel Ehr Ew. von Dero Durchlaughtigen Discipel erhalten und wie stupende Progressen dieser Prinz in mathematicis mache. Diese Wissenschaften könnten hierdurch mit der Zeit ein sonderliches Ansehen gewinnen; auch dieses lustre hätte man Ew. zu verdanken. Es ist nur zu wünschen, dass der Prinz nicht

von allzuvielen abstracten idées abgeschreckt werde; deswegen nach äusserster Möglichkeit auf allerhand Sachen zu appliciren wären. Mich dünkt, dass man die mathematica gar füglich auch auf die politica appliciren könnte. Hierüber hab ich vor diesem vieles mit dem Hrn. Maupertuis raisonnirt, welcher meine idées auch goutirte. Wenn man in politicis eben so viele Observationen in einem Königreich machen wollte, als man experimenta physica gemacht, so könnte man eine ganz neue Wissenschaft daraus formiren. Die Kamtschatker Herren sollen wieder zurückkommen ohne in Kamtschatka gewesen zu seyn; doch aber sollen Sie viele schöne Observationen über Sibirien gemacht haben bis an die Lena. Man sollte sich bei der Akademie in Petersburg sonderlich befeissen sich durch die philosophiam experimentalem hervorzuthun, wozu ich wohl einige nützliche Anschläge geben könnte, und wird diese Materie heutiges Tags am meisten goutirt. Die pure theoretica mathematica könnten Ew. und, wenn mir erlaubt ist solches zu sagen, mir überlassen werden . . . . Haben Sie noch kein Exemplar von den pièces sur le flux et reflux bekommen, oder hab ich Sie durch meine Freymüthigkeit beleidigt, dass Sie mir Dero critique über meine pièce nicht communiciren wollen. Auf das Wenigste belieben Sie mir Dero Meinung zu sagen über die zwey andern pièces . . . . Ew. wissen, dass in Augsburg ein gewisser Kupferstecher eine Collection in Kupfern sammt einer Lebensbeschreibung von den Gelehrten, so sich distinguirt, lässt ausgehen. Er hat meinen Vater gestochen, welches Kupferstück gar wohl gerathen. Ich weiss nicht wie er darauf gefallen auch mein Portrait zu begehren. Unterdessen hab ich solches auf sein Begehren verfertigen lassen und werde es Ihnen nächstens schicken. Wenn Ew.

erschreckt werde; deswegen  
f. allershand Sachen zu  
man die mathematica  
liciren könnte. Hier-  
dem Hrn. Maupertuis  
goutirte. Wenn man  
in einem Königreich  
physica gemacht, so  
aft daraus formiren,  
zurückkommen ohne  
aber sollen Sie viele  
nacht haben bis an  
lemie in Petersburg  
sophiam experimen-  
nige nützliche An-  
terie heutiges Tags  
mathematica könn-  
hes zu sagen, mir  
kein Exemplar  
ommen, oder hab  
ligt, dass Sie mir  
nuniciren wollen.  
feinung zu sagen  
en, dass in Augs-  
tion in Kupfern  
lehrten, so sich  
Vater gestochen,  
ich weiss nicht  
t zu begehren.  
ren verfertigen  
n. Wenn Ew.

mir wollten das Ihrige schicken, kann ich solches ganz  
commodément auf Augsburg spediren. Sonsten würde dieses  
Werk seyn, als ein Leib ohne Haupt. . . Mein Vetter,  
Herr Prof. Nic. Bernoulli, sagte mir neulich dass er Dero  
methodum summandi series  $\frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \text{etc.}$  nicht für  
richtig befunde anders als in casu  $n = 2$ . Ich habe ihn bei  
dieser Gelegenheit sehr pressirt, Ihnen seine dubia zu com-  
municiren, er hat mir solches versprochen. — Es ist freylich  
wahr, dass die inertia corporis remigis den calculum ändere;  
dessen ungeachtet aber zweifle ich, ob Dero gefundene  
maxima einen considerablen effectum bekommen würden.  
Die Experienz lehret die Arbeiter von sich selbst, in quo  
puncto sie ihre potentiam moventem appliciren sollen. Es  
wären über diese Materie viele experimenta praeliminaria  
nöthig, woran ich schon lange gedacht. Vieler Maschinen  
ultima perfectio dependiret von dieser Quästion sub quo  
angulo planum debeat esse inclinatum, ut homo dato pon-  
dere oneratus super eo incedens minima defatigatione ad  
datam altitudinem verticalem perveniat, welches ich auch  
in meiner Hydrodynamica angezeigt. Wenn man alle Sachen  
wüsste, welche können durch Observationen und Experi-  
mente determinirt werden, getraute ich mir in omnibus  
machinis ultimam perfectionem possibilem anzuzeigen. — Da  
ich etwas Zeits à la campagne zugebracht, hab ich auch  
Dero problemati mechanico de descensu corporis in tubo  
circa datum axem mobili nachgedacht, und hab eine Me-  
thode gefunden, solches zu solviren. Allein solches zu  
exequiren hab ich keine Minute Zeit gehabt; dieses aber  
werde nunmehr thun; doch hab ich diesen Brief nicht  
ferner aufschieben wollen. Schon lang vorhero hab ich  
circa hoc argumentum einige neue wichtige problemata sol-

virt, als de descensu corporis super plano gravi et horizont  
taliter mobili, wenn das corpus in data curva descendit.  
Dieses problema ist nicht sonderlich schwer; allein es wird  
nach meiner Methode viel schwerer, wenn die velocitas  
initialis corporis nicht nulla ist, und hat dieses problema  
einen sonderlichen Nutzen um die regulas motuum a perc  
cussione auf eine ganz neue Art zu betrachten. Z. Ex.  
(Fig. 38) wenn  $CF$  eine linea horizontalis ist,  $BEC$  ein plan  
num grave et verticale und in  $B$  ein corpus super linea recta  
 $BC$  mobili descendit, aber so, dass das corpus in  $B$  eine  
velocitatem initialem habe in directione lineae  $BC$ , so wird  
das corpus  $B$  keine lineam rectam beschreiben, sondern  
eine curvam  $BD$ . Den calculum hierüber hab ich völlig  
exequirt in casu wenn der angulus  $BCD$  ein semirectus ist,  
und das pondus corporis gleich dem ponderi plani, und  
hab gefunden, dass die curva  $BD$  ein arcus von einer pa  
rabola  $DBAF$  ist; ich glaube aber, dass wenn nur  $BC$  eine  
linea recta ist, die curva  $BD$  allzeit ein arcus parabolicus  
sey. Wenn man nun setzet das planum  $CEB$  sey horizon  
tal, oder das corpus  $B$  habe nur eine inertiam und keine  
gravitatem und die linea  $BC$  sey eine curva, so bekommt  
man eine neue ideam percussiois, wenn auch schon die  
corpora perfecte dura wären und nullam compressionem  
litten. Alle diese problemata hab ich auf unterschiedene  
Weise solvirt; meine methodus indirecta aber, vermittelt  
welcher ich den verum impetum venae aquae in planum,  
contra opinionem a temporibus Mariotti generaliter receptam,  
gezeigt, ist die aller compendioseste. Hab auch den Nutzen  
meiner neuen principiorum in vielen andern problematibus  
empfunden.

---

et horizon-  
descendit  
in es wird  
e velocitat  
problema  
um a per-  
n. Z. Ex,  
C ein pla-  
linea recta  
in B eine  
, so wird  
, sondern  
ich völlig  
rectus ist,  
ani, und  
einer pa-  
BC eine  
rabolicus  
horizon-  
id keine  
bekommt  
hon die  
essionem  
chiedene  
rmittelst  
planum,  
ceptam,  
Nutzen  
matibus

## LETTRE XXVI.

SOMMAIRE. Descente d'un corps sur une courbe mobile horizontalement. Problème du mouvement d'un globe dans un tube. Deux démonstrations directes d'un théorème de mécanique. Mémoire sur la percussion excentrique. Plainte sur les procédés de Jean B. le père. Travail sur les lames libres et élastiques, et sur la courbe élastique.

Basel d. 20. October 1742.

Der Brief vom 1. September habe ich wohl erhalten und den Einschlag an Hrn. Prof. Nic. Bernoulli gleich bestellt. Ich gratulire Ew. zu dem erhaltenen Titul eines professoris honorarii in Petersburg. Wir wollen hoffen, dass die dabei verhaftete Pension auch eingehen werde. Die Zeiten ändern sich sowohl vom Bösen zum Guten, als vom Guten zum Bösen . . . Den descensum corporis super curva horizontaliter mobili hab ich auch generalissime solvirt, der calculus wird gar sehr abbreviirt aus der Betrachtung, dass die velocitas horizontalis centri gravitatis communis constanter eadem bleibt, welches man leicht demonstriren kann. Wenn man dieses problema also solvirt, dass die actio gravitatis nulla sey, so kann man viele schöne corollaria daraus ziehen circa reactiones fluidorum, vim venae aqueae in planum impingentis etc., und insonderheit bekommt man auch einen

neuen Begriff von den regulis motus a collisione corporum, wenn diese auch perfecte dura wären. Mein Vater hat mir Dero letzten Brief communicirt: Es nimmt mich Wunder, dass Sie in Dero Meinung circa reactionem venae aqueae von mir dissentiren. Sie müssen gewisslich solche nicht genugsam untersucht haben; denn was ich circa hoc argumentum gesagt, kann in keinen Zweifel gezogen werden, und werden Sie gewisslich alles finden, wie ich, wenn Sie die Materie eben so genau untersucht haben. Ew. problema generalissimum circa motum globi in tubo hab ich auch solvirt; da ich aber ganz andere principia gebrauchte, muss ich auch ganz andere denominationes annehmen, und kann deswegen nicht sagen, ob unsere solutiones mit einander übereinkommen. Es wäre aber viel zu weitläufig für einen Brief, Ihnen meine Methode zu überschreiben; ich will also nur einen casum particularem hierbersetzen; nämlich: (Fig. 39) Moveatur tubus  $AD$  continens globum  $F$  super plano horizontali circa polum  $A$ , sitque determinanda curva, quam describet globus una cum velocitatibus globi et tubi. Ich setze aber eine rationem finitam inter massas tubi et globi, sonst das problema gar zu leicht wird. Sit ab initio tubus in  $AD$ , globus in  $B$ ; centro  $A$  ducatur circulus  $Bnmg$ ; deinde ponatur tubus in situ  $AE$ , globus in  $o$ , et post tempusculum infinite parvum et constans  $dt$  perveniat tubus in situm  $AF$ , globus in  $p$ , ducaturque elementum  $op$  curvae quam globus describit: fingatur in hoc statu globus a tubo dissolvi; describet globus eodem tempusculo  $dt$  rectam  $pd$  ipsi  $op$  aequalem et in directum positam cum eadem  $op$ ; tubus vero perveniet in situm  $Ab$ , ita ut sit arculus  $nm =$  arculo  $mg$ : centro  $A$  ducatur arculus  $da$ . Quod si jam sit  $AB = a$ ,  $Bn = x$ ,  $nm = dx$ ,  $Ao = y$ , invenitur ex geometricis  $da = \frac{2dx dy}{a}$ .

ne corporum,  
 Vater hat mir  
 sich Wunder,  
 ae aqueae von  
 nicht genug-  
 argumentum  
 , und werden  
 e Materie eben  
 ionalissimum  
 ; da ich aber  
 h ganz andere  
 i nicht sagen,  
 en. Es wäre  
 eine Methode  
 i particularem  
 bus AD con-  
 sa polum A,  
 bus una cum  
 rationem fini-  
 blema gar zu  
 is in B; cen-  
 tubus in situ  
 te parvum et  
 us in p, du-  
 describit: fin-  
 scribet globus  
 lem et in di-  
 rveniet in si-  
 g: centro A  
 = a, Bn = x,  
 $da = \frac{2dx dy}{a}$ .

Num vero concipienda est potentia, quae globum versus tu-  
 bum premat, et altera aequalis, quae tubo in a applicata, eun-  
 dem premat versus globum; hoc modo globus et tubus con-  
 venient in c; erit itaque positio globi post secundum tempus-  
 culum dt in c, et positio tubi in Aef; atque si fuerit massa  
 globi = m, massa tubi = M, distantia centri gravitatis tubi a  
 puncto A = d, distantia centri oscillationis tubi a puncto A  
 tanquam puncto suspensionis = D, erit ex mechanicis

$$ac : dc = m : \frac{dD}{yy} M, \text{ ergo } ac = \frac{myy}{myy + Mdd} \cdot \frac{2dx dy}{a},$$

$$\text{atque } dc = \frac{Mdd}{myy + Mdd} \cdot \frac{2dx dy}{a}; \text{ erit igitur, ducta de per-}$$

$$\text{pendiculari ad pc, } ec = \frac{Mdd}{myy + Mdd} \cdot \frac{2dx dy}{a} \cdot \frac{y dx}{ads} = dds,$$

si nempe elementum op dicatur ds. Erit quoque

$$hg = \frac{my}{myy + Mdd} \cdot 2 dx dy = - d dx.$$

Ex his aequationibus omnia rite determinantur: Sit ab initio  
 velocitas puncti B = c, velocitas in n = V, erit  $dt = \frac{dx}{V}$

$$\text{et } V d dx = d V dx, \text{ sive } d dx = \frac{dV dx}{V}. \text{ Substituatur iste}$$

valor in posteriori aequatione et habebitur

$$\frac{2my dy}{myy + Mdd} = \frac{-dV}{V}, \text{ sive } \log. \frac{myy + Mdd}{maa + Mdd} = \log. \frac{c}{V}, \text{ seu}$$

$$V = \frac{maa + Mdd}{myy + Mdd} \cdot c. \text{ Deinde quia } dx = V dt = \frac{maa + Mdd}{myy + Mdd} \cdot c dt,$$

substituo hunc valorem in priori aequatione, atque sic obtineo

$$\frac{Mdd}{myy + Mdd} \cdot \frac{2y dy}{aads} \cdot \left( \frac{maa + Mdd}{myy + Mdd} \right)^2 \cdot c c dt^2 = dds,$$

$$\text{sive } \frac{2y dy}{(myy + Mdd)^3} = \frac{Mdd(maa + Mdd)^2 c c dt^2}{aads^2}, \text{ quae integrata dat}$$

$$\frac{-1}{2m(myy + Mdd)^2} = \frac{Mdd(maa + Mdd)^2 c c dt^2}{2Mdd(maa + Mdd)^2 c c dt^2} - C.$$

Dicatur velocitas absoluta corporis in o = u eritque  $dt = \frac{ds}{u}$ ,

$$\text{sicque fiet } C = \frac{1}{2m(myy + Mdd)^2} = \frac{a auu}{2Mdd(maa + Mdd)^2 cc}.$$

Ponatur pro puncto  $B$ ,  $u = c$ , ita ut ibi nullam habeat velocitatem in directione  $AD$ , fiet tunc  $C = \frac{1}{2mMdd(maa + Mdd)}$   
 et  $u = \frac{maac + Mddc}{a} \sqrt{\left( \frac{Mdd}{mMdd(maa + Mdd)} - \frac{Mdd}{m(myy + Mdd)^2} \right)}$   
 sive  $u = c \sqrt{\left[ \frac{maa + Mdd}{maa} - \frac{Mdd}{maa} \left( \frac{maa + Mdd}{myy + Mdd} \right)^2 \right]}$ . Denique  
 si fiat  $V : u :: dx : ds$ , habebitur aequatio ad curvam. Pressio quoque, quam globus ubique contra tubum exercet, est  $\frac{4VV}{a} \cdot \frac{dy}{dx} \cdot \frac{Mdd}{myy + Mdd} \cdot m$ , cujus reductionem praetereo pariter atque corollaria, quae ex solutione ista deduci possunt.

Hieraus erschen nun Ew. meine Methode und werden leicht abnehmen, dass sie kann ad problema generalissimum applicirt werden, denn es ist leicht zu exprimiren, wo das punctum  $d$  seyn wird und der tubus  $Ab$  sive rectus sive curvus, wenn das corpus und der tubus a viribus quilibuscunque sollicitiret wird. Ich habe noch eine andere Methode, welche etwas compendioser ist, aber nicht so directa, welche deswegen übergehe, indem Ew. in Dero Schreiben an meinen Vater melden, dass Sie die solutiones indirectas nicht approbiren und zwar occasione meines theoremat, dass ein corpus a potentia sollicitatum circa centrum oscillationis, quod determinavi, gyrire, da ich doch als der erste inventor, ni fallor, dieses nützlichen theoremat in meiner dissertatione de percussione excentrica (welche Ew. gesehen) expresse gesagt, ich habe unterschiedene demonstrationes directas, denen ich aber diese indirectam vorziehe, weil sie zugleich eine schöne proprietatem anzeige. Weil es aber scheint, ich habe nöthig mich hierüber zu justificiren, so will ich zwei demonstrationes directas hierbeyfügen. Erstlich. Ich considerire (Fig. 40) lineam rectam  $AB$  utcunque

graver  
 in situ  
 motur  
 als w  
 in sit  
 poten  
 selbe  
 annel  
 theils  
 derst  
 sche  
 wird  
 Zwe  
 inae  
 ad  
 tum  
 tunc  
 sivo  
 circ  
 Dc  
 ma  
 par  
 =  
 G  
 ost  
 de  
 ab  
 da  
 so  
 sc

$$\frac{1}{D(maa + MdD)}$$

$$\frac{1}{Mdd}$$

$$\frac{1}{(myr + MdD)^2}$$

Denique  
 Pressio  
 est =  
 praetereo pa-  
 rducu possunt.

und werden  
 eralissimum  
 ren, wo das  
 rectus sive  
 iribus quali-  
 andere Me-  
 it so directa,  
 o Schreiben  
 es indirectas  
 theorematis,  
 trum oscil-  
 als der erste  
 in meiner  
 w. gesehen)  
 rationes di-  
 e, weil sie  
 il es aber  
 ficiren, so  
 en. Erst-  
 ) utcumque.

gravem (huc enim facile reducuntur corpora quaecunque) in situ horizontali et mobilem circa punctum  $B$  fixum. Diesen motum pro primo temporis puncto kann man consideriren, als wenn das punctum fixum  $B$  weg wäre, so wird  $AB$  in situm parallelum  $ab$  fallen. Nachgehends muss man eine potentiam puncto  $b$  applicatam consideriren, welche dasselbe in punctum  $B$  restituire; so wird  $ab$  den situm  $cB$  annehmen und wird das punctum intersectionis  $d$  eines-theils das centrum oscillationis seyn, quia  $Dd = Bb$ , andertheils das punctum conversionis. Diese kurze synthetische Demonstration, welche ohne einigen calculum absolvirt wird, ist gewiss so rigoros als eine kann erdacht werden. Zweitens: Sit rursus linea recta  $AB$  (Fig. 41) utcumque inaequaliter gravis, quae a potentia in  $B$  perpendiculariter ad  $AB$  sollicitetur, quaeritur situs proximus  $DGE$  et punctum intersectionis  $G$ . Sit lineae centrum gravitatis in  $C$ ; tunc motum quaesitum considero compositum ex progressivo parallelo, quo  $ACB$  pervenit in  $acb$ , et rotatorio circa centrum gravitatis, quo linea  $acb$  pervenit in situm  $DcE$ . Centro  $c$  ducatur arcus  $Ebb$ , sit  $CB = cb = a$ ; massa lineae  $AB = m$ ; aggregatum productorum ex quavis particula per quadratum distantiae suae a centro gravitatis  $= aaM$ , et erit ex mechanicis  $Bb : bE :: \frac{1}{m} : \frac{1}{M} :: M : m$ , sive  $GC : CB :: M : m$ ; ergo  $GC = \frac{M}{m} \cdot CB$ . Ergo  $G$  est centrum oscillationis pro puncto suspensionis  $B$ . Ich kann auch leicht den situm proximum vectis utcumque luxati determiniren; als wenn (Fig. 42)  $ABC$  ein vectis luxatus in  $B$  wäre, und das punctum  $C$  perpendiculariter versus  $c$  sollicitirt würde, so wird der situs proximus seyn in  $abc$ , welcher nicht schwer zu determiniren, dessen Determination aber in vielen

problematicis mechanicis kaum gebraucht werden, und in hoc respectu die mérite eines problematis mehr in desselben Erfindung als Solution gelegen, deswegen billig ist den autorem problematis zu nennen. Was Ew. de motu composito et rotatorio circa centrum gravitatis et ex progressivo eorumque variationibus melden, habe ich in meiner dissertatione *de percussione excentrica* \*) längst angedeutet, und kann der motus globi in tubo circulari leicht daraus determiniret werden, welches mein Vater gleich observirt hat und angemerkt dass der motus idem seyn werde als eines baculi gravitatis expertis, cujus longitudo sit aequalis radio circuli et cujus altera extremitas sit onerata pondere tubi circularis, altera pondere globi. Diesen motum hab ich auch in meiner allegirten Dissertation determinirt, so wie Ew. denselben anzeigen. Dieses hab ich an Ew. schreiben wollen aus Anlass Derselben Briefes an meinen Vater, welchen er mir hat communiciren wollen. Sie wissen, wie sehr ich aestimire und admirare alle Dero profunde Meditationen, und können sich leicht einbilden, dass ich auch die in diesem Brief enthaltenen Inventionen von einer sonderbaren Penetration und mérite schätze. Ich möchte wissen, ob in dem 8ten tomo Comment. Petrop. meine dissertatio de percussione excentrica noch nicht inserirt ist. — Man druckt die collectionem operum von meinem Vater, und habe nun erst erfahren, dass er die problemata dynamica, die ich zuerst erfunden und solvirt (als z. Ex. de descensu globi super triangulo mobili, de pendulo luxato, de centro rotationis spontaneo etc.) auch inserirt hat, ohne meiner Meldung zu thun; ja, er inserirt die demonstrationem centri spontanei rotationis ex

\*) Comment. T. IX. p. 189

ann gebraucht werden, und ist  
 es problematis mehr in desselben  
 en, deswegen billig ist den auto  
 Was Ew. de motu composito ex  
 tatis et ex progressivo eorumque  
 h in meiner dissertatione de per  
 mgedeutet, und kann der motus  
 t daraus determiniret werden;  
 bservirt hat und angemerkt dass  
 ls eines baculi gravitatis exper  
 lis radio circuli et cujus altera  
 e tubi circularis, altera pon  
 ab ich auch in meiner allegirten  
 wie Ew. denselben anzeigen.  
 iben wollen aus Anlass Dero  
 er, welchen er mir hat com  
 r, wie sehr ich aestimire und  
 Meditationen, und können sich  
 h die in diesem Brief enthal  
 sonderbaren Penetration und  
 wissen, ob in dem 8ten tomo  
 ertatio de percussione excen  
 . Man druckt die collectionem  
 und habe nun erst erfahren,  
 ica, die ich zuerst erfunden  
 usu globi super triangulo mo  
 ntro rotationis spontaneo etc.)  
 r Meldung zu thun; ja, er  
 entri spontanei rotationis ex

principio minimae inertiae petitam tanquam suam, ohne  
 gleichfalls meiner zu gedenken. Wenn es nun wäre, dass  
 ich nöthig hätte die suspicionem plagii contra Parentem com  
 missi von mir zu decliniren, so müsste ich mich darüber  
 justificiren. Wenn aber Ew. meinen, dass mir mein silen  
 tium bei der Akademie in Petersburg nicht schade, so wird  
 mir solches nicht sauer ankommen. Herr Bülfinger hat mir  
 vor diesem vorgeworfen, ich habe alles von meinem Vater  
 und nichts aus mir selber, da ich doch gewisslich kein Wort  
 von ihm entlehnt. Ew. sagen mir amice Dero Meinung.  
 Da sonst die Petersburger Akademie auf so schlüpfrigen  
 Füßen steht, wie Sie melden, als belieben Sie mich zu be  
 richten, ob Sie Dero pièces noch dahin schicken, oder bis  
 auf weitere éclaircissemens reserviren. Ich hab vor einigen  
 Monaten eine weitläufige und operose pièce dahin geschickt  
 de sono laminarum liberarum, darin ich gar viel merkwür  
 dige phaenomena physica explicirt und ausgerechnet habe:  
 hierzu war aber eine neue theoria physica erfordert, ehe  
 und bevor ich die mathesin appliciren konnte. Diese pièce  
 hab ich an Prince Cantemir adressirt, welcher bei Hrn.  
 Clairaut dergleichen Sachen tractirt und mich hat bitten  
 lassen, meine pièces an ihn zu adressiren . . . . Ich möchte  
 wissen ob Ew. die curvaturam laminae elasticae nicht könnten  
 sub hac facie solviren, dass eine lamina datae longitudinis  
 in duobus punctis positione datis fixirt sey, also dass die  
 tangentes in istis punctis auch positione datae seyen. Est  
 nempe (Fig. 43) longitudo  $ABC$  data; puncta  $A$  et  $C$  posi  
 tione data et extremitates laminae in  $A$  et  $C$  ita sunt muro  
 infixae, ut anguli  $A$  et  $C$  sint dati. Dieses ist die idea ge  
 neralissima elasticarum; hab aber sub hac facie noch keine  
 Solution gefunden, als per methodum isoperimetricorum, da

ich annehme, dass die vis viva potentialis laminae elasticae insita müsse minima seyn, wie ich Ew. schon einmal gemeldet. Auf diese Weise bekomme ich eine aequationem differentialem 4<sup>ti</sup> ordinis, welche ich nicht hab genugsam reduciren können, um zu zeigen, dass die aequatio ordinaria elasticae general sey. Ich erinnere mich zwar, dass vor diesem Ew. sowohl als ich gezweifelt haben, ob die aequatio ordinaria elasticae general sey mit dem Argument der Cirkul sey nicht darin begriffen, da doch eine lamina elastica manifeste könne ad curvaturam circularem inflectiret werden. Es ist auch in der That klar, dass wenn die puncta *A* und *C* zusammen kommen und die extremitates laminae eine communem tangentem haben, parallelam muro, cui infiguntur, dass alsdann die curvatura elasticae ein vollkommener Cirkul seyn werde. Dessen ungeachtet hab ich seithero observirt, dass die idea meines Oncles Herrn Jacobi Bernoulli omnes elasticas in sich begreife hoc modo: Man bilde sich einen vectem rigidum *CD* ein, laminae *ABC* affixum, cujus extremitas *D* a potentia *DE* trahatur, so wird man allzeit die longitudinem vectis *CD*, die magnitudinem potentiae *DE* und den angulum *CDE* determiniren können hac lege, dass die potentia *DE* die laminam *ABC* in sua curvatura erhalte, wenn die extremitas *C* nicht mehr coërcirt zu seyn supponirt wird. Daraus erhellet, dass die curva *ABC* kann continuirt werden bis in *F*, allwo der radius osculi infinitus seyn wird, und alsdann in puncto *F* die potentia sub directione *FE* müsse applicirt werden. Wenn man nun sub hac idea die longitudinem vectis *CD* infinitam supponirt, so siehet man, dass die curva *ABC* ein arcus circularis seyn müsse, welches ich hab expliciren wollen. Ew. reflectiren ein wenig darauf, ob man nicht könne, sine

a potentialis laminae elasticae  
 e ich Ew. schon einmal ge-  
 komme ich eine aequationem  
 che ich nicht hab genugsam  
 gen, dass die aequatio ordi-  
 ch erinnere mich zwar, dass  
 ch gezweifelt haben, ob die  
 eral sey mit dem Argumenty  
 griffen, da doch eine lamina  
 vaturam circularem inflectiret  
 That klar, dass wenn die  
 ommen und die extremitates  
 tem haben, parallelam muro,  
 curvatura elasticae ein voll-  
 Dessen ungeachtet hab ich  
 meines Oncles Herrn Jacobi  
 ch begreife hoc modo: Man  
 ch  $CD$  ein, laminae  $ABC$  affixum,  
 $DE$  trahatur, so wird man  
 $CD$ , die magnitudinem po-  
 $CDE$  determiniren können  
 die laminam  $ABC$  in sua  
 emitas  $C$  nicht mehr coërcirt  
 is erhellet, dass die curva  
 is in  $F$ , allwo der radius  
 alsdann in puncto  $F$  die  
 e applicirt werden. Wenn  
 gitudinem vectis  $CD$  infini-  
 ss die curva  $ABC$  ein arcus  
 ich hab expliciren wollen.  
 ob man nicht könne, sine

interventu vectis, die curvaturam  $ABC$  immediate ex principiis  
 mechanicis deduciren. Sonsten exprimire ich die vim vivam  
 potentialem laminae elasticae naturaliter rectae et incurvatae  
 durch  $\int \frac{ds}{RR}$ , sumendo elementum  $ds$  pro constante et indicando  
 radium osculi per  $R$ . Da Niemand die methodum isoperi-  
 metricorum so weit perfectionniret, als Sie, werden Sie dieses  
 problema, quo requiritur ut  $\int \frac{ds}{RR}$  faciat minimum, gar leicht  
 solviren.

## LETTRE XXVII.

SUMMAIRE. Théorie de la réaction des eaux effluentes d'un vase par un canal quelconque. Réclamations ultérieures du fils contre le père. Mêmes sujets que dans la lettre précédente.

Basel d. 12. December 1742.

Man kann freylich die rechte theoriam reactionis aquarum ex vase per canalem quemcunque effluentium deduciren aus den pressionibus, und dieses ist auch würlklich vor ungefähhr 14 Jahren meine Methode gewesen, da ich dann die nämlichen theoremata, die mein Vater nach Petersburg geschickt, pro canali composito ex pluribus canalibus cylindricis herausgebracht hab; diese theoremata waren zwar falsch, nur weil ich einen kleinen Umstand negligirt hatte, man kann sie aber gar leicht mit der wahren Theorie conciliiren. Man muss nämlich bei einem jeden Absatz einen gurgitem supponiren, und auch machen, dass das orificium gurgitis internum, quod scilicet aquas immediate ex vase recipit, infinitum sey ratione orificii effluxus. Ich will Ew. eigne und beigefügte denominationes auch brauchen.

Effluat, sagen Sie, aqua ex vase per foramen  $MN$  (Fig. 44) cujus amplitudo  $= f$ , celeritate debita altitudini  $V$ , quae altitudo, dum aqua in  $MN$  erumpens per spatium  $= ds$  progreditur, incrementum capiat  $= dV$ . Ex theoria ergo ratio inter  $dV$  et  $ds$  potest definiri. Ad pressionem jam in  $Q$  definiendam, sit amplitudo tubi in hoc loco  $= y$ , et posita  $MP = x$ , dico aquam per foraminulum in  $Q$  factum ascensuram esse ad altitudinum

$$q = \frac{fdV}{ds} \int \frac{dx}{y} + V - \frac{ffV}{yy}$$

Bis hierher sind Ew. Worte. Nun aber gibt obberührte theoria, im Fall amplitudo vasis infinita

$$\frac{fdV}{ds} \int \frac{dx}{y} = a - V;$$

ist also  $q = a - \frac{ffV}{yy}$ , quae indicat pressionem perpendiculariter in  $Qq$  agentem, si scilicet multiplicetur per  $Qq$ ; deinde  $a - \frac{ffV}{yy}$  multiplicata per  $qr$  seu  $dy$  dabit pressionem, quam elementum  $Qq$  sustinet in directione  $CM$ , cujus integrale  $\int a dy - \frac{ffV dy}{yy}$  dabit pressionem similem integri canalisis, quae erit  $ay + \frac{ffV}{y} - fa - fV$ , in welcher Integration  $V$  muss constans supponirt werden. Obturato autem foramine ist eadem pressio  $= ay$ , und wenn die erstere  $ay + \frac{ffV}{y} - fa - fV$  abgezogen wird von der letztern  $ay$ , so hat man die quantitatem reactionis  $= fa + fV - \frac{ffV}{y}$ , allwo man durch  $y$  versteht die ultimam  $QP$  und muss diese infinita supponirt werden, und wenn  $DE$  noch nicht infinites grösser ist als  $NM$ , so muss mente ein gurges  $bnm$  supponirt werden, qui habeat legem continuitatis cum canali  $DQLN$ . Auf diese Weise wird die reactio  $= f(a + V)$ ,

## II.

es d'un vase par un canal  
re le père. Mémes sujets

2. December 1742.

reactionis aquarum  
ium deduciren aus  
ürklich vor unge-  
da ich dann die  
ch Petersburg ge-  
s canalibus cylin-  
nata waren zwar  
id negligirt hatte,  
hren Theorie con-  
den Absatz einen  
, dass das orifi-  
ias immediate ex  
effluxus. Ich will  
auch brauchen.

wie ich solches auch pag. 282 Hydrodynamicae demonstrirt habe. Ist also primo effluxus momento reactio = simplici cylindro, deindeque crescit usque ad duplum cylindrum, woraus zugleich die lex continuitatis erhellet, wie ich solches auch schon in der Hydrodynamik angezeigt. Ew. thun mir gross Unrecht, wenn Sie meinen, ich habe Dero dissensum über diese Materie übel empfunden. Ich muss Ihnen bei dieser Occasion gestehen, dass ich die 2½ erste paginas meines letzten Briefes geschrieben, um solche meinem Vater zu zeigen, und hab ich vermeint durch meine assurancen meinen Vater etwan zu disponiren, dass er seine letzten nach Petersburg geschickten hydrodynamischen meditata entweder ändere oder supprimire. Wie mehr ich meines Vaters Superiorität erkenne, wie mehr sehe ich auch, dass es mir bei dem publico ein grosses tort ist, von meinem Vater refutirt zu werden, wenn ich schon recht habe. Noch mehr tort hätte mir bei dem publico machen können (obschon mich Ew. darüber auslachen) wenn man gesehen hätte, dass Vater und Sohn nicht nur gleiche problemata, uterque veluti ex sua penü, sondern NB. eine ganz gleiche Solution geben. Würde nicht das Publicum gedacht haben, nicht nur das ich alles von meinem Vater habe, sondern noch, sogar mich als einen plagiarium aufführe. Wenn ex meis inventis einige Ehr zu hoffen wäre, könnte ich solche leicht sacrificiren; aber der Schandfleck eines infidi plagiarii wäre mir unerträglich. Ich habe auch dieses Alles meinem Bruder, scriptorum paternorum editori, remonstrirt, welchen auf meines Vaters Befehl diesen lapsum memoriae gleich redressirt hat. Es gibt sonsten problemata, da man mit Recht davon sagen könnte: Ein Narr kann mehr fragen, als ein Witziger beantworten. Es gibt aber auch andere pro-

demonstrirt  
= simplici  
idrum, wori  
ich solche  
v. thun mir  
o dissensum  
Ihnen bei  
maginas mei-  
nem Vater  
e assurances  
eine letzten  
neditata ent-  
meines Va-  
ich, dass es  
einem Vater  
Noch mehr  
en (obschon  
hätte, dass  
uterque ve-  
che Solution  
haben, nicht  
ndern noch,  
enn ex meis  
solche leicht  
lagiarü wäre  
meinem Bru-  
irt, welchen  
oriae gleich  
da man mit  
r fragen, als  
andere pro-

blemata, welche ein neues Licht in einer Wissenschaft erwecken können, sonderlich wenn man zugleich die Solution von seinem neuen problemate gibt. Es ist ja sehr leicht das problema in ein theorema zu verwandeln; warum sollte denn der erste Auctor und Solutor nicht auch alsdann meritiren citirt zu werden? Ich praetendire aber nicht in dem casu zu seyn; ich erkenne gern gegen alle Leute meine Unwürdigkeit, sonderlich gegen Ew.; ich habe also nicht meritirt, dass Sie mir hierüber mein vermeintes Unrecht wollen zu verstehen geben. Ew. können mich citiren oder nicht, ich werde Sie allzeit als einen Freund betrachten, und bitte Sie also, sich hierin keine Gewalt anzuthun, sonderlich da Niemand besser weiss als Sie, wie wenig ich es meritire. Ich hoffe, dass obbemeldeter Umstand, wenn ich einige puncta in meinem letzten Brief hab einfließen lassen, Ew. versichern wird, dass mir niemals in Sinn gekommen, Denselben ein Missvergnügen weder zu erwecken, noch meines Orts zu verstehen zu geben. — Das problema de motu vectis luxati ist ja so leicht, dass weder an desselben Erfindung noch Auflösung viel Ruhm zu erholen. Sonsten werden meines Vaters sämtliche opera zu Lausanne in vier tomis in 4<sup>o</sup> gedruckt. Es wird eine überaus schöne Edition seyn und wird solche in 4 oder 5 Monaten ganz fertig seyn, indem allbereits 3 tomi völlig gedruckt sind. Es freuet mich, dass meine Solution de globo et tubo mobili mit der Ihrigen übereinstimmt. Ich habe auch über dergleichen problemata einige compendia, sonderlich ratione vis acceleratricis globi in tubo, vermittelst welcher ich kann die differentialia 2<sup>di</sup> gradus evitiren und die ganze Solution kürzer machen, die Zeit erlaubt mir aber nicht, solche nunmehr zu expliciren. Dass ich Ew. nicht eher über dieses problema ge-

antwortet, soll ich mich billig excusiren. Meine Geschäfte erlauben mir nicht die Mathematica anders als ein parergon zu tractiren; nebst dem ist mein geringes ingenium mathematicum so blöd, dass solches gleich erschöpft und ich inquitus von allen Meditationen abstehen muss. — Ich weiss nicht, was Ew. durch prima principia dynamica verstehen. Es ist natürlich, dass einem Jeden seine principia am klarsten vorkommen. Meine erste Demonstration supponirt nichts als definitionem centri oscillationis, und wie kann man identitatem centri oscillationis und puncti rotationis demonstriren, ohne auf das Wenigste die definitionem centri oscillationis zu supponiren. Admissa autem hac definitione, wollte ich einem Schumacher die Proposition in quaestione demonstriren in einer Minute. Wie kann man denn magis prima principia brauchen? Ew. solutio problematis de vecte luxato kommt mit meiner überein, wie auch solutio problematis laminae elasticae liberae ab impulsu motu vibratorio agitatae. Die ratio sonorum, welche Sie finden, ut 1000000 ad 1590813 kommt auch mit meiner überein, ausser dass ich nicht so weit appropinquit. In meiner Dissertation setze ich hanc rationem ut 1000 ad 1587. Ich zweifle aber wie weit Sie in Ihren numeris versichert sind, weil die approximationes ziemlich laborios sind; sonst bin ich in dieser Materie gar viel weiter gegangen, und ist dieser casus allatus nur unus ex infinitis aliis. Ich hab viele davon durch experimenta acustica recht befunden; den allegatum casum aber nicht sonderlich mit der Theorie conform, welches ich laminae crassitiei, a qua in theoria animum abstrahimus, attribuire. Wenn Ew. hierüber belieben experimenta zu machen, so bitte mir dieselben zu communiciren. Es freuet mich, dass Ew. mein principium inveniendae elasticae per

me  
zw  
tio  
di  
ich  
cij  
du  
vi  
kö  
m  
al  
di  
M  
p  
p  
d  
I  
e  
ti  
s  
d  
I  
v  
r  
s  
e  
l

Meine Geschäfte  
als ein parergon  
ingenium mathes  
köpft und ich ins  
uss. — Ich weiss  
namica verstehen  
principia am klar  
n supponirt nichts  
ie kann man iden  
onis demonstriren,  
centri oscillationis  
itione, wollte ich  
quaestione demon  
denn magis prima  
is de vecte luxato  
olutio problematis  
tu vibratorio agi  
aden, ut 100000  
erein, ausser dass  
einer Dissertation  
Ich zweifle aber  
sind, weil die ap  
t bin ich in dieser  
dieser casus allatus  
e davon durch ex  
allegatum casum  
iform, welches ich  
mum abstrahimus,  
n experimenta zu  
niciren. Es freuet  
ndae elasticae per

methodum isoperimetricorum so wohl gefallen. Ich habe  
zwar das problema gleichfalls solvirt, aber niemals die Aequa  
tion so weit reducirt, dass ich hätte sehen können, dass  
die aequatio mit der aequatione generali elasticae (welche  
ich auch gefunden hatte) übereinkomme. Man kann die prin  
cipia maximorum et minimorum nicht genugsam ausforschen;  
die trajectoryae circa centrum virium, vel circa plura centra  
virium, müssen gleichfalls per methodum isoperimetricorum  
können solviret werden, obschon man das maximum vel  
minimum, quod natura affectat, nicht einsieht. Es haben  
also Ew. einen grossen Nutzen dadurch geschafft, dass Sie  
die methodum isoperimetricorum so weit perfectionnirt haben.  
Meiner Meinung nach ist dieses argumentum inter omnia  
pure analytica utilissimum, und ist dieses ein wahres Exem  
pel, dass vel sola propositio problematis, wenn man auch  
die Solution nicht hätte, saepe maxima laude digna sey.  
Ich wiederhole aber, dass ich gar nicht prärendire, weder  
etwas proponirt noch erfunden zu haben, das einiger Atten  
tion werth sey, und wenn ich Alles allein gefunden hätte,  
so würde ich mir es nicht einmal vindiciren, wenn ein An  
derer nur bona fide glaubte, er hätte es vor mir gefunden.  
Die grösste Reputation zu hinterlassen ist nicht mehr, als  
viele Millionen Geld zu hinterlassen; deren Besizung kann  
mir auch nichts mehr nutzen, weil ich in der Welt nichts  
mehr suche. Wir müssen beiderseits diese Idee von ein  
ander haben; sonst gar leicht allerhand malentendus ent  
stehen können, wie durch meinen letzten Brief. Ich habe  
keine sonderbare Methode die quantitates constantes ex suffi  
cientibus datis pro elastica zu determiniren. Den proponirten  
angulum kann ich auch nicht anders als operose, per varias  
aequationes partim infinitas finden. Durch eine nicht gar zu

accurate Appropinquation bin ich endlich auf diese Aequation gefallen:  $m + 1 = \frac{6}{3mm+2} \left( m + \frac{m^3}{2} + \frac{3m^5}{8} + \text{etc.} \right)$  posito sinu toto = 1 et sinu dimidii anguli quaesiti =  $m$ . Ich hatte aber vorher in einer andern aequatione infinita nur die zwey ersten terminos considerirt, da ich auf das Wenigste hätte drey terminos consideriren sollen, um bei einem gradu versichert zu seyn. So viel ich hab ex experimentis obiter factis schliessen können, ist der angulus in quaestione ungefähr 70 gr., da meine obige Aequation wohl 100 gr. geben würde . . . . Ich höre dass in dem 7. und 8. tomis Comment. Petrop. mehrere Sachen von Ew. seyen de termino generali et de termino summatorio serierum. Was Sie von der proprietate elasticae sagen, quod sit

$$\int \frac{xxdx}{\sqrt{(a^2-x^2)}} \cdot \int \frac{aadx}{\sqrt{(a^2-x^2)}} = \frac{\pi aa}{4} \text{ in casu } x = a,$$

scheinet auch aus Ihrer theoria serierum deducirt zu seyn als ein corollarium und veluti a posteriori; hab also der Demonstration dieses theorematis nicht nachgedacht. Ich will aber selbige mit grossem Dank von Ew. vernehmen. Ich lasse mich gern unterrichten; von Niemand aber lieber, als von Ihnen . . . . Es würde sehr erspriesslich seyn für die Petersburger Akademie, ja vielleicht das einzige Mittel sie vor ihrem Untergang zu präserviren, wenn wir sollten den Prince Cantemir zum Präsidenten bekommen, und würden wir beide in specie sehr wohl uns dabei befinden . . . . Herr Wolf schreibt meinem Vater, dass wenig Ansehen übrig sey zu einem baldigen établissement der Akademie in Berlin: fructus belli!

auf diese Aequation  
 $\frac{m^5}{8} + \text{etc.}$ ) posito  
 $iti = m$ . Ich hatte  
 infinita nur die  
 auf das Wenigste  
 n bei einem gradu  
 xperimentis obiter  
 in quaestione un-  
 wohl 100 gr. ge-  
 7. und 8. tomis  
 w. seyen de ter-  
 rierum. Was Sie  
 sit

su  $x = a$ ,  
 deducirt zu seyn  
 i; hab also der  
 edacht. Ich will  
 vernehmen. Ich  
 aber lieber, als  
 ch seyn für die  
 inzige Mittel sie  
 wir sollten den  
 n, und würden  
 befinden . . . .  
 ; Ansehen übrig  
 lemie in Berlin:

## LETTRE XXVIII.

SOMMAIRE. Protestations d'amitié. Problème du levier brisé. Résolution d'une équation infinie. Rapport des sons des lames élastiques. Théorème du calcul intégral. Négociations avec l'Académie de Berlin.

Basel d. 9. Februar 1743.

Ich kann Ew. nicht genug beschreiben, wie erfreulich mir gewesen mit so nachdrücklichen Expressionen von Dero allerwerthesten Freundschaft versichert zu werden. Sie belieben gleichfalls meiner vollkommensten Hochachtung und aufrichtigsten Freundschaft völlig persuadirt zu seyn. Seit meiner Zurückkunft aus Petersburg hab ich gegen alle Leute meine Veneration für Dero sonderbare mérites bezeugt. Mein naturel ist gewisslich von aller jalousie weit entfernt, und erkenne ich mich viel zu gering, einige jalousie gegen Sie mir in Sinn kommen zu lassen, obschon ich übrigens erkenne einige Talente von Gott empfangen zu haben, welche Erkenntniss doch keiner Ruhmredigkeit zuzuschreiben bitte. Wir wollen es aber bei dieser beiderseits geschehenen De-

claration ein für alle Mal bewenden lassen und in das Künftige von allen Lobreden abstehe: die Ihrigen beschämen mich und die meinigen sind doch allzeit zu schwach. Die Freundschafts-Bezeugungen hingegen sind mir so werth, dass Sie solche nicht genug werden wiederholen können. Es freuet mich, dass Ew. über meine theoriā hydrodynamicā völlig persuadirt sind, und freuet mich um so viel mehr, als ich festiglich glaube, dass Sie der Einzige sind, der par connoissance de cause hiervon überzeugt sind. Bitte also data occasione Dero Approbation öffentlich zu bezeugen; nicht dass ich hierin viel mérite suche, sondern bloss dass meine theorematā adoptirt werden, und die Wahrheiten in allen Stücken je mehr und mehr erkannt werden, worin aller ehrlichen Leute Absicht meistens bestehen sollte. Das argumentum de vecte luxato mag freylich unter Dero Händen von grosser Wichtigkeit worden seyn; da ich aber solches keineswegs perfectionnirt und es bei dem ersten Einfall habe bewenden lassen, so hab ich billig nicht viel daraus machen sollen; ich will aber solches dato otio ferner cultiviren, da ich von Ew. vernehme, dass es zu vielen neuen découvertes Anlass geben kann, und Ihnen alsdann meine Observationen communiciren. — Es ist freylich sehr operos die radicem hujus aequationis infinitae

$$1 = \frac{1 \cdot 3}{2^2} m + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 4^2} m m + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} m^3 + \frac{1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 9}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} m^4 + \text{etc.}$$

zu finden. Ich glaube dass die series, so ich gefunden hatte, aber nicht aufgeschrieben, bequemer gewesen sey. Ich hab aber darauf gedacht, wie man obige Aequation könne accurater und compendioser consideriren: Sit verbi gratia septimus seriei terminus, oder  $0,05061^{*1} = C$ , so werden die

\*) Dans la lettre originale ce chiffre est corrigé de la main d'Euler: 0,0506299.

folgt  
und  
den.

(—

0,30

We

terr

loré

1

We

kle

für

sun

Nac

wé

bei

Vl:

Ich

hie

un

+

reg

2

folgenden quam proxime seyn:  $\frac{1}{7} Cm + \frac{1}{8} Cmm + \frac{1}{9} Cm^2 + \text{etc.}$   
 und kann diese Substitution sine ullo sensibili errore Platz fin-  
 den. Diese series ist  $= 6.0,05061 m \left( \frac{m^7}{7} + \frac{m^8}{8} + \frac{m^9}{9} + \text{etc.} \right) =$

$$6m \cdot 0,05061 \cdot \int \frac{m^6 dm}{1-m} = 6m \cdot 0,05061 \times$$

$$\left( -\frac{1}{8} m^6 - \frac{1}{9} m^5 - \frac{1}{10} m^4 - \frac{1}{11} m^3 - \frac{1}{12} m^2 m - m + l \frac{1}{1-m} \right) =$$

$$0,30366 m l \frac{1}{1-m} - 0,30366 m m - 0,15183 m^5 - 0,10122 m^4 -$$

$$0,07591 m^5 - 0,06073 m^6 - 0,05061 m^7.$$

Wenn man nun in Ew. aequatione infinita die sieben ersten terminos behält, und für die folgenden den gefundenen valorem substituirt, so findet man in Decimalzahlen

$$1 = 0,30366 m l \frac{1}{1-m} + 0,75000 m - 0,06928 m m -$$

$$0,01414 m^5 - 0,00511 m^4 - 0,00191 m^5 - 0,00061 m^6.$$

Weil nun in dieser Aequation die fünf letzten termini sehr klein sind, so kann man in denselben den valor litterae  $m$  für bekannt nehmen und setzen  $m = 0,80$ , so wird die summa der fünf letztern terminorum werden  $= -0,05445$ .

Nach dieser Substitution findet man diese Aequation

$$1,05445 = 0,75000 m + 0,30366 m l \frac{1}{1-m},$$

welche, meiner estime nach, den verum valorem quantitatis  $m$  bei  $\frac{1}{1000}$  geben muss. Will man die tabulas logarithmorum Vlacquii gebrauchen, so hat man

$$1,05445 = 0,75000 m + 0,69930 m l \frac{1}{1-m}.$$

Ich setze nun wieder  $m = 0,80$  und finde  $1,05445 = 0,99196$ ; hier ist das mendacium  $+0,06249$ ; darnach setze ich  $m = 0,82$ , und bekomme  $1,05445 = 1,04205$ , allwo das mendacium ist  $+0,01240$ . Aus diesen zwei mendaciis, kann man per regulam falsi sicher schliessen  $m = 0,825$ . Hieraus folgt  $2m - 1 = 0,659$ ; hieraus findet man den angulum quaesi-

tum von 81° 6', und kann dieser angulus nach meiner estimati-  
 nicht mehr als etliche wenige Minuten fehlen. Ich wollte,  
 aber nach diesem ersten Versuch ohne grosse Mühe den  
 angulum bis auf die Secunden richtig finden. — Ich sollte  
 aus Dero Expression, die Sie gebrauchen, wegen der rationi-  
 sonorum laminarum elasticarum schier schliessen, dass ich  
 diese rationem per multas et devias ambages gefunden habe.  
 Ich kann diese rationem nicht anders als folgendermaassen  
 determiniren: Erunt nempe soni laminae muro infixae et  
 laminae liberae ut  $\frac{1}{ff}$  ad  $\frac{1}{\varphi\varphi}$ , postquam satisfactum fuerit hisce

$$\text{aequationibus } \frac{1}{2f} = \text{Arc. sin. } \frac{1+e^{1:f}}{\sqrt{(2+2e^{2:f})}} \text{ und}$$

$$\cos. \text{Arc. } \frac{1}{2\varphi} = \frac{\sin. \text{Arc. } \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} + e^{-1:2\varphi}} = \frac{\sin. \text{Arc. } \frac{1}{2\varphi}}{e^{1:2\varphi} - e^{-1:2\varphi}}$$

allwo  $e$  bedeutet den numerum cujus logarithmus est unitas  
 und die arcus et sinus ad radium 1 müssen referirt werden.  
 Oder anstatt obiger zwey Aequationen kann man die zwey  
 folgenden per series expressas gebrauchen, nämlich

$$\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 f^8} + \text{etc.}\right) :$$

$$\left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9 f^8} + \text{etc.}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2 \cdot 3 f^4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 7 f^8} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 11 f^{12}} + \text{etc.}\right) :$$

$$\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 f^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 8 f^8} + \text{etc.}\right) \text{ et}$$

$$\left(2 + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 2^2 \varphi^4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 8 \cdot 2^8 \varphi^8} + \text{etc.}\right) :$$

$$\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{3 \cdot 2^2 \varphi \varphi} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 7 \cdot 2^6 \varphi^6} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 2^{10} \varphi^{10}} + \text{etc.}\right) :$$

$$\left(4 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 5 \cdot 2^4 \varphi^4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 9 \cdot 2^6 \varphi^6} + \text{etc.}\right) .$$

ach meiner estimen  
hlen. Ich wollte  
grosse Mühe den  
den. — Ich sollte  
wegen der rationi  
liessen, dass ich  
s gefunden habe.  
folgendermaassen  
muro infixae et  
ctum fuerit hisce

d

$$\frac{1}{\frac{\varphi}{\varphi}}$$

thmus est unitas  
referirt werden.  
man die zwey  
nämlich

etc.) :

c.) =

- etc.) :

d.) et

∴) :

16 + etc.) =

+ etc.) :

etc.) .

Da man nun zu diesen radicibus nicht anders als operosissime appropinquiren kann, und hingegen Ew. eine ganz genaue Proportion determiniren, fürchte ich, das meine Methode vielen Umschweiften unterworfen sey: doch soll ich an deren Richtigkeit nicht zweifeln. Bitte also Ew. mit ein Paar Worte mir Dero Methode anzudeuten. Sonst kann man freylich sehr viele curiose experimenta machen über diese Materie; ich müsste aber einen allzugrossen Extract machen aus meiner Dissertation um solche zu beschreiben. Zum Exempel, ich habe (Fig. 45) die quantitatem *LC* erstlich ausgerechnet, darnach die laminam *LD* extremis digitis in puncto *C* ergriffen und selbige percutirt, so ist der sonus clarus, distinctus et diu durans gewesen. Wenn ich aber die laminam an einem andern Orte hielt, so war der Ton ganz verdumpffen und indistinctus, als wie an einer gespaltenen Glocke. Wenn Ew. verlangen, so werde ich in dem nächsten Schreiben hierüber fernere éclaircissemens geben; ich glaube aber, Sie werden ohne mich schon Alles erforschen. — Was Dero theorema anbelangt quod sit

$$\int x^{m-1} dx (a^n - x^n)^{\frac{k-n}{n}} = \frac{a^{k+m-n}}{m} \cdot \frac{n}{k} \cdot \frac{2n(k+m)}{(k+n)(m+n)} \cdot \frac{3n(k+m+n)}{(k+2n)(m+2n)} \cdot \text{etc.}$$

so sehe ich dessen Demonstration nicht gleich ein, und will solche lieber von Ew. mir andeuten lassen, weil mir der Kopf nicht aufgeräumt, diese Materie, die ich seit langer Zeit nicht tractirt habe, wieder vor die Hand zu nehmen. Sie belieben mir auch unbeschwert zu melden ex quo principio der Wallisius seinen casum in hoc theoremate contentum hergeleitet, als welches ich auch wieder vergessen. Mein schwaches Gedächtniss macht, dass ich allzeit eine jede Materie wieder von vorne anfangen muss, und doch kann ich

nicht von mir erhalten, dass ich meine Meditationen aufschreibe. Ich sehe zum Voraus, dass wenn ich aus der Relation, in der ich bis dato mit Petersburg gestanden, kommen sollte, mein ganzer mathematischer Plunder in Koth fallen werde: *video meliora proboque, deteriora sequor*. Doch wird mir die Lust von Ew. zu profitiren niemals vergehen; bitte also mir ferner Dero gelehrte Inventionen zu communiciren . . . . Es ist wahr, dass der editor meines Vaters Opera dem König dediciren wird und im Sinn hat selbige I. K. M. selbst zu praesentiren. Er wird auch die Ehr haben Ew. ein Exemplar in meines Vaters Namen zu praesentiren. Ich wollte wol herzlich gern, dass ich mit ihm könnte die Berliner Reise thun und noch einmal in meinem Leben Ew. sammt Dero geehrtesten Familie sehen. Ich bin aber in Basel viel zu stark angebunden und muss auch meines Seckels Rechnung tragen, um eine so kostbare Reise zu unternehmen. Wenn die Akademie in Berlin wäre aufgerichtet worden, hätte ich auf die eine oder die andere Weise mehr Apparenz dazu gesehen. Der Herr Maupertuis hat mir in des Königs Namen nach allen vorhergegangenen Tractaten noch einmal gemeldet vor etwas Zeits que le Roi *comptoit sur moi*; ich hatte mich aber niemals völlig determiniren können. Nunmehr ist aber wenig Apparenz mehr, dass das akademische Project so bald werde ausgeführt werden. Ich hatte mich unterdessen bloß dahin declarirt, dass ich wohl für eine kurze Zeit der Akademie meine Dienste offeriren wollte, dass ich mir auch getraute im Anfang und bei derselben erstern Einrichtung wirkliche Dienste leisten zu können, und zwar weit grössere, als wenn dieselbe allbereits völlig etablirt sey; die Permission getraute ich mir auch von meiner Obrigkeit für eine Zeit zu erhalten und

## LETTRE XXIX.

---

SOMMAIRE. Sur la fondation de l'Académie de Berlin. Publication du traité des isopérimètres. Sujets traités dans la lettre précédente. Problème d'analyse. Problème du mouvement d'un corps dans un tube. Autre problème de mécanique. Concours de l'Académie de Paris Bousquet est porteur de cette lettre

---

Basel d. 23. April 1743.

**E**w. geneigtste und verbindlichste Expressionen über meine Vocation nach Berlin haben in mir die vollkommenste Freud und Erkenntlichkeit erweckt, als welche mir Dero wahre, ja eifrige Freundschaft in ihrer ganzen Vollkommenheit zu erkennen geben. Dieses möchte mich am meisten engagiren, wenn I. K. M. mit der Zeit eine Akademie in Berlin aufzurichten annoch sollten geneigt seyn, eine Vocation nicht nur anzunehmen, sondern sogar, wenn es seyn müsste, zu sollicitiren. Allein nun wäre es zu spät an den König zu schreiben; ich hätte solches gleich thun müssen und würde es auch gethan haben, wenn ich mir nur hätte einbilden können, dass es einer so geringen unbekanntnen Particular-

Person könnte erlaubt seyn einem so grossen Monarchen immediate zuzuschreiben. Dergleichen Qualitäten sollen billig in unsern Herzen diesen König so hoch über andere Könige erheben, als diese von Gott sind unter den Menschen erhoben worden. Ich finde auch nicht, dass ich bei gegenwärtigen Verfassungen einige Dienste leisten könnte. Die wenigen Talente, die mir Gott verliehen, könnte ich nicht besser anwenden als in den ersten Jahren einer neu aufgerichteten Akademie, und könnte auch dem König nicht gerathen werden, so grosse Pensionen lebenslang auf einige Academicos anzuwenden. Es ist auch meiner Meinung nach besser, bei einer Académie des sciences nur etliche wenige génies supérieurs zu haben, die den wahren nexum der Wissenschaften einsehen und das Reelle von dem clinquant zu unterscheiden wissen, auch darneben unterrichtet sind, was in jeder Wissenschaft allbereits Nützlichendes erfunden worden und was noch ferners darin gesucht werde, als eine grössere Menge derselben, wenn je eine grosse Menge zu finden wäre. In einer Akademie muss einigermassen eine Subordination seyn, als wie in dem Militärstande: Ein erleuchteter Geist siehet ein Alles, was da zu neuen nützlichen Erfindungen führen könne; hierzu braucht er Leute, die unter seiner Direction arbeiten, und von denen mehr habileté als Wissenschaft erfordert wird. Wenn ich also gleich mich unter diese kleine Zahl der wahren Gelehrten rechnen könnte, von welcher Einbildung ich doch weit entfernt bin, so wäre ich doch ziemlich überflüssig, indem Ew. allbereits gegenwärtig sind, und ich vernommen, dass, so bald der König seine Gedanken wieder auf die Akademie werfen wird, unterschiedene berühmte Männer bereit sind sich dahin zu engagiren. Es nimmt mich Wunder, dass Ew. mehr auf mich

Publication du traité des  
Problème d'analyse,  
ce problème de mé-  
net est porteur de

1. April 1743.

en über meine  
menste Freud  
Dero wahre,  
umenheit zu  
n engagiren,  
Berlin auf-  
cation nicht  
müsste, zu  
König zu  
und würde  
einbilden  
Particular-

als auf meinen Bruder reflectiren. Der Herr Maupertuis, der uns beide gar wohl kennt und allen Eifer für den Dienst I. K. M. bezeugt hat, ist hierin einer andern Meinung. Wenn mein Bruder nur nicht so indolent wäre, würde er die übrigen Bernoulli bald übertreffen. Sonsten macht mir die Idee des Vaterlands nicht die geringste Impression; wir machen uns vielmehr ein Gewissen unsere alte Eltern zu verlassen: Dazu kommen die Uniformität eines tranquilen Lebens und die Mediocrität meines gegenwärtigen Zustands, welche ich allem éclat vorzuziehen anfangs: felices, nostra si bona novimus! Hingegen empfinde ich eine importune Liebe zu den Wissenschaften, welche einen Abscheu vor unserem Basel in mir erwecket. Ich weiss nicht, wie ich mich in alle diese Reflexionen hab entrainiren lassen, welche doch ohne einige Absicht geschehen sind. Ew. belieben mir solche nicht übel auszudeuten . . . . Herr Bousquet wird nächstens hierdurch passiren . . . . Wegen Ew. herrlichen Tractat de isoperimetricis werde ich vorläufig mit demselben reden; Sie belieben nur denselben fertig zu halten. Sie könnten das problema de elastica hac methodo invenienda und andere dergleichen noch beyfügen. Ich sehe leicht, dass man die curvaturam catenae et laminae elasticae oscillantis auch dahin reduciren kann; auf den modum aber bin ich noch nicht bedacht gewesen. Die meisten curvas mechanicas wird man auch dahin reduciren können. Die Observation von den trajectoriis, dass  $\int v ds$  ein maximum oder minimum seyn müsse, dünkt mich sehr schön und von grosser Wichtigkeit; ich sehe aber die Demonstration dieses principii nicht ein. Ew. belieben mir zu melden, ob sich solches auch ad trajectorias circa plura centra virium erstrecke. Vielleicht ist es nur eine observatio a posteriori,

apertuis,  
 in Dienst  
 5. Wenn  
 er die  
 mir die  
 on; wir  
 ltern zu  
 nquillen  
 Zustands,  
 , nostra  
 oportune  
 heu vor  
 wie ich  
 , welche  
 eben mir  
 uet wird  
 rrliehen  
 emselben  
 en. Sie  
 venienda  
 leicht,  
 e oscil-  
 ber bin  
 mecha-  
 : Obser-  
 m oder  
 nd von  
 n dieses  
 ob sich  
 um er-  
 steriori,

indem Sie angemerkt haben, dass die *trajectoriae* diese *proprietatem* haben, ohne solche *a priori* recht demonstriren zu können. Ich sehe, dass Ew. die *formulas pro sonis laminarum elasticarum* zu finden in eine gar bequeme Form gebracht, um die *approximationes* zu instituiren, darauf ich nicht reflectirt hatte, obschon solche ziemlich *obviae* waren; ich bin Ihnen also deswegen sehr verbunden, wie auch für die überschriebenen Demonstrationen von den andern *theorematibus analyticis*. Ew. Manier den *valorem m* zu finden *pro aequatione*

$$1 = \frac{1.3}{2^2} m + \frac{1^2.3.5}{2^2.4^2} m m + \frac{1^2.3^2.5.7}{2^2.4^2.6^2} m^3 + \text{etc.}$$

ist zwar *accurater* als meine, aber auch *operoser* und *supponirt*, dass Sie schon den *valorem m* in den zwei ersten *Decimalzahlen* *accurat* wissen; da ich meine *ersteren positiones* in gar viel weitere *Schranken* gesetzt habe, sonst ich vielleicht auch den *gesuchten valorem* würde *propius* gefunden haben; denn der *error* in *methodo summandi omnes terminos a decimo usque ad infinitesimum* ist schier von keiner *Consequenz*. Ich weiss nicht, wie weit mein *Resultat* von dem *Ihrigen* *different* ist. Wenn die *Differenz* *gross* ist, so *muthmaasse* ich, dass ich in *calculo extemporaneo* müsse gefehlt haben. Vor etlichen Tagen bin ich in *Ausrechnung* eines *problematis* gefallen auf eine *seriem divisam per seriem*, welche ich in eine *seriem simplicem* *methodo ordinaria* verwandelt, und habe dabei die *legem coefficientium* in *nova serie* gefunden: Sit nempe

$$\frac{1+ax+bx^2+cx^3+\text{etc.}}{1+\alpha x+\beta x^2+\gamma x^3+\text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 + \text{etc.},$$

*quaeritur lex coefficientium m, n, p, etc.*, welche den *calculus* sehr *abbreviiren* kann. Ew. *principium conservationis momentorum motus rotatorii* *abbreviirt* freylich die *proble-*

mata de motu corporis in tubo; ich hatte aber solches auch schon observirt, und ist ein corollarium von der methodo directa, die ich Ihnen einmal für einen gewissen casum überschrieben hatte. Aus diesem principio generali habe ich ratione corporis super triangulo horizontaliter mobili deducirt, dass die velocitas horizontalis centri gravitatis müsse constanter eadem seyn, welche proprietatem ich auch glaube Ihnen einmal überschrieben zu haben. Man kann zu diesen principiis noch ein drittes beifügen, welches den calculum ferner abbreviiren kann, und vermittelst dessen das problema solviret werden kann, wenn zwey corpora mobilia in tubo wären. Dieses dritte principium aber erfordert eine grosse Circumscription, wenn es soll ad tubos curvos appliciret werden, und ist nützlicher in applicatione, als elegant in enunciatione, weswegen ich solches nicht beifüge. Es beruhet aber darauf, dass ex dato motu rotatorio tubi die incrementa velocitatum centrifugarum corporum in tubo mobilium können immediate exprimiret werden. Hieraus kann ich z. Ex. dieses problema solviren: (Fig. 46) Sit tubus  $AE$  horizontaliter mobilis circa  $A$  et quotcunque ponderibus  $B, C, D$  in tubo recto liberrime mobilibus oneratus; invenire curvas  $Bb, Cc, Dd$  a corporibus descriptas una cum velocitatibus corporum et tubi, cum tubus data velocitate initiali moveri incipit. Was ich sonsten oben gemeldet, dass ich Ew. nützliches principium auch observiret habe, so muss ich doch gestehen, dass es sub alia facie ist, und vielleicht nicht in omni extensione, weil ich die problemata generalissima niemals untersucht habe. Man kann in dieser Materie auch mit Nutzen attendiren ad centra virium, von welchen ich in Comment. Petrop. gehandelt, und gezeigt, dass die distantia centri virium a centro motus gleich sey der mediae proportionali inter distantiam centri

tubo; ich hatte aber solches auch  
 n corollarium von der methodo  
 al für einen gewissen casum über-  
 principio generali habe ich ratione  
 rizontaliter mobili deducirt, dass  
 centri gravitatis müsse constanter  
 tatem ich auch glaube Ihnen ein-  
 . Man kann zu diesen principiis  
 welches den calculum ferner ab-  
 telst dessen das problema solvirt  
 corpora mobilia in tubo wären.  
 r erfordert eine grosse Circum-  
 bos curvos appliciret werden, und  
 als elegant in enunciatione, wes-  
 ge. Es beruhet aber darauf, dass  
 die incrementa velocitatum cen-  
 bo mobilium können immediate  
 kann ich z. Ex. dieses problema  
 $AE$  horizontaliter mobilis circa  $A$   
 $C, D$  in tubo recto liberrime mo-  
 rvas  $Bb, Cc, Dd$  a corporibus  
 bus corporum et tubi, cum tu-  
 veri incipit. Was ich sonst  
 nützliches principium auch ob-  
 loch gestehen, dass es sub alia  
 t in omni extensione, weil ich  
 niemals untersucht habe. Man  
 mit Nutzen attendiren ad centra  
 Comment. Petrop. gehandelt,  
 a centri virium a centro motus  
 rionali inter distantiam centri

gravitatis et centri oscillationis ab eodem centro motus.  
 Neulich ist mir ein ander problema mechanicum eingefallen,  
 welches ich gleichfalls für nützlich halte um nach und nach  
 die leges naturae universales in mechanicis zu entdecken:  
 Gleich wie nämlich zwey corpora filo ligata sich also be-  
 wegen, dass das centrum gravitatis uniformiter in linea recta  
 fortfahre, alldieweil die corpora uniformiter circa centrum  
 gravitatis commune rotiren, so ist nun die Frag qua lege  
 drey corpora filo ligata sich fortbewegen. Ich will nur diesen  
 casum simplicissimum setzen: (Fig. 47) Sint  $AB$  et  $BC$  fila  
 in directum posita et aequalia, quibus tria corpora pariter  
 aequalia connectuntur; moveri simul incipiant corpora per-  
 pendiculariter ad filum velocitatibus qualibuscunque sive af-  
 firmativis sive negativis; quaeritur motus continuatio. Dieses  
 problema mag wohl nicht von den leichtesten seyn. Ich  
 glaube aber, dass, wenn man alle leges universales motuum  
 wüsste, solches ziemlich leicht werden würde und zugleich  
 Anlass geben, dergleichen problemata generaliora zu solviren.  
 Vor ein Paar Tagen hab ich einen Brief von Paris erhalten,  
 darin man mir gratulirt dieses Jahr das praemium ganz er-  
 halten zu haben, aus der blossen Ursach, weil man mein  
 mich erkannt zu haben. Ich hab in der That eine pièce ein-  
 geschickt, mit der Devise: *Gloria sequi debet, non appeti;*  
 weiss aber noch nicht, ob solche die nämliche ist, davon  
 man mir schreibet, indem in dem Brief der Devise nicht ist  
 gedacht worden. Man schreibt mir zugleich „qu'on a fort  
 admiré une autre pièce à laquelle on avoit ajouté l'*accessit*  
 et qu'on n'avoit préféré la mienne (vraie ou prétendue) que  
 parce qu'on y avoit trouvé plus de facilité pour la pratique.“  
 Ich muss also gewärtig seyn, was mein Schicksal ferner mit  
 sich bringen wird. Vielleicht haben Ew. auch darüber ge-

arbeitet, und da ich öfter das Glück habe, mich mit Ihnen zu rencontriren, hat man Ihre pièce für meine angesehen. Wenn dieses nicht ist, so habe ich gute Hoffnung, dass diejenige pièce, der man das praemium adjudicirt hat, in der That meine sey. Herr Bousquet wird die Ehr haben Ew. diesen Brief einzuhändigen. Ich will denselben Ew. bestermaassen recommandirt haben. Ich hab mit ihm wegen dem obbenamsten Tractat gesprochen; er wird solchen mit allen Freuden drucken. Ew. könnten auch Dero sämtliche Werke bei ihm drucken lassen; solches würde à tous égards das schönste mathematische opus auf der Welt werden . . . . .



So

En  
Die  
eir  
he  
au  
an  
ge  
nä  
iel  
lic  
sc  
at

Glück habe, mich mit Ihnen  
 re pièce für meine angesehen.  
 habe ich gute Hoffnung, dass  
 praemium adjudicirt hat, in  
 Bousquet wird die Ehr haben  
 gen. Ich will denselben Ew.  
 aben. Ich hab mit ihm wegen  
 prochen; er wird solchen mit  
 könnten auch Dero sämtl.  
 lassen; solches würde à tous  
 sche opus auf der Welt wer-

## LETTRE XXX.

SOMMAIRE. Plaintes amères contre les procédés du père. Problème du mouve-  
 ment de plusieurs corps dans un tube etc. Courbe élastique. Problème  
 du mouvement de trois corps joints par un fil. Divers sujets. Sons des  
 lames élastiques Lettre au Prince Cantémir.

Basel d. 4. September 1743.

Endlich ist es mir vergönnet wieder an Ew. zu schreiben.  
 Die Ursach meines langen Stillschweigens ist erstlich gewesen  
 eine ziemlich lange Indisposition, nachgehends eine Abwesen-  
 heit, indem ich für gut befunden die Luft zu verändern und  
 auch das Sauerwasser in Sulzbach zu gebrauchen. Dero Brief  
 an Hrn. Bousquet hab ich bey meiner Zurückkunft gleich ab-  
 geschickt und die Additamenta isoperimetrica werde ich mit  
 nächster schweren Post schicken. Dem Hrn. Bousquet hab  
 ich auch versprochen eine praefatiunculam zu Dero herr-  
 lichem Werke zu verfertigen, sobald mir solches meine Ge-  
 schäfte erlauben werden . . . . Ich bitte Ew. mir mit einer  
 aufrichtigen Freundschaft und confidence Dero Meinung zu

sagen über meines Vaters Opera, sonderlich den letzten tum. Ich für mein Theil hab im höchsten Grad Ursach mich darüber zu beschweren: Die nova problemata mechanica sind meistens von mir, und hat mein Vater meine Solutionen sogar gesehen, ehe er sie suo modo solvirt hat, und wird doch meiner mit keinem Worte gedacht, welches mir um so viel verdriesslicher fällt, als meine Solution noch nicht publicirt. Meine erstere Solution circa centrum spontaneum rotationis, petitam a natura minimae inertiae, hat er lang contestirt auch meprisirt, und endlich hat er sie als die seinige publicirt. Da ich aber durch ein sonderliches hazard ein Blatt von seinem Manuscript, darin diese seine präterdirte Solution stand, bekommen und mich durch meinen Bruder darüber beschwert, hat er mich als einen inventorem secundum auch gelten lassen. Eine gleiche Bewandniss hat es ungefähr mit den übrigen problematis novis mechanicis. Meiner ganzen Hydrodynamic, von welcher ich doch in Wahrheit meinem Vater kein jota zu verdanken habe, werde ich auf einmal völlig beraubt und verliere also in einer Stunde die Früchte von einer 10jährigen Arbeit. Alle propositiones sind aus meiner Hydrodynamic genommen und nennet doch mein Vater seine Schriften *Hydraulicam, nunc primum detectam a. 1732*, da meine Hydrodynamic erst a. 1738 gedruckt worden. Unterdessen hat mein Vater Alles von mir, ausgenommen, dass er eine andere methodum generalem erdacht das incrementum velocitatis zu determiniren, welche Invention in etlichen wenigen paginis besteht. Was mein Vater sich nicht völlig zuschreibt, verachtet er und endlich, pour comble de malheur, inserirt er noch Ew. Brief, darin Sie gleichfalls meine Inventionen in einer Materie (davon ich völlig der erste, ja einzige auctor

den letzten to-  
 Grad Ursach  
 lemata mecha-  
 ater meine So-  
 do solvirt hat,  
 dacht, welches  
 Solution noch  
 centrum spon-  
 inertiae, hat er  
 hat er sie als  
 in sonderliches  
 rin diese seine  
 ich durch mei-  
 als einen in-  
 ine gleiche Be-  
 oblematis novis  
 on welcher ich  
 zu verdanken  
 nd verliere also  
 ährigen Arbeit.  
 mic genommen  
 1 *Hydraulicam*,  
 Hydrodynamic  
 hat mein Vater  
 andere metho-  
 locitatis zu de-  
 venigen paginis  
 zuschreibt, ver-  
 eur, inserirt er  
 Inventionen in  
 einzige auctor

bin und praetendire völlig exhaurirt zu haben) verringern\*).  
 Ew. sagen, ich habe die pressionem fluidorum per canalem  
 fluentium nicht anders determinirt als pro statu permanente;  
 da ich doch gleich p. 259 circa finem zeige, dass die pressio  
 generaliter sey  $\frac{a-vv}{2c}$ ; und was hat hingegen mein Vater in  
 dieser wichtigen neuen Materie gethan? Die inventio argu-  
 menti ist von mir; die Idee, dass man soll den canalem in  
 loco ubi pressio quaeritur, als abruptum betrachten, ist von  
 mir; dass man soll die accelerationem ultimae particulae in  
 primo abruptionis momento suchen, ist von mir, und end-  
 lich dass aus selbiger acceleratione, sive partim, sive in to-

\*) Les oeuvres de Jean Bernoulli étant assez rares et ne se trouvant  
 vraisemblablement pas à la disposition de chaque lecteur, on nous saura gré  
 peut-être, si nous reproduisons ici la lettre dont il s'agit, et qui se trouve  
 à la p. 389 de ces oeuvres. La voici:

LEONHARDUS EULERUS, mathematicus acutissimus, ad Auctorem.

Jam ante quidem, maximi feci Theoriam Tuam aquarum fluentium,  
 propter veram et genuinam methodum, quam Tu, Vir Excellentissime,  
 primus atque solus aperuisti ad hujus generis problemata solide per-  
 tractanda. Nunc vero, perlecta altera Tuarum meditationum parte, pe-  
 nitus obstupui faecundissima principiorum Tuorum applicatione ad per-  
 plexissima problemata resolvenda, quo utilissimo pariter ac profundissimo  
 invento Nomen Tuum celeberrimum apud posteros perpetuo erit sacrum,  
 Obscurissimam autem atque abstrusissimam quaestionem, de pressione  
 quam latera vasorum ab aquis transfluentibus patiuntur, tam distincte et  
 enucleate enodasti, ut nihil amplius in hac tam difficili re supersit, quod  
 desiderari queat. Ut enim nemo, praeter Filium Tuum Celeberrimum,  
 hoc argumentum attigit, qui tamen tantum, cum totus motus sese jam  
 ad statum permanentem composuerit, pressionem via satis indirecta de-  
 finivit; ita Tu statim, methodo genuina patefacta, pressionem in omni  
 aquae statu accuratissime determinasti, de quo Te dignissimo invento  
 Tibi, Vir Excellentissime, ex animo gratulor, et pro communicatione  
 maximas gratias ago.

C'est ainsi que l'illustre doyen des géomètres de ce temps-là fut jaloux de  
 placer son travail sous le patronage de son ancien élève qui, alors, n'avait  
 que 30 ans.

tum impedita, die compressio guttulae gefunden werde, auch dass diese compressio guttulae die pressionem aquae in canalalem determinire, — dieses Alles ist von mir; und hat mein Vater absolut nichts anders gethan, als dass er die velocitatem suo modo et repetito ratiocinio determinirt, welches ubiquè sein einzig inventum ist. Das argumentum de reactione fluidorum versteht mein Vater dato noch nicht und refutirt mich doch pag. 488 in corollario. Dieses Alles ist noch das Wenigste, worüber ich mich beschweren kann. Anfangs wollte es mir schier unerträglich fallen; endlich aber hab ich Alles mit einer Resignation aufgenommen; hab aber auch einen dégoût und Verachtung für meine bisherige studia geschöpft, dass ich lieber wollte das Schumacher-Handwerk als die Mathematic erlernt haben. Ich hab auch seithero mich nicht mehr resolviren können etwas Mathematisches auszuarbeiten. Meine ganze Vergnügung ist noch dann und wann auf der Tafel einige Projecte zu machen in futuram oblivionem. Ich könnte mit gutem Gewissen die Vocation nach Berlin, wenn mir gleich der König die Ehr anthun sollte, solche zu überschicken, nicht annehmen, und bitte also nicht weiter an mich desfalls zu gedenken. Doch bin ich Ew. bestermaassen verbunden für Dero gute officia; Dero wertheste Freundschaft macht mir ein recht innerliches und wahres Vergnügen, und ich aestimire solche an ihr selbstem viel mehr, als durch den Nutzen, der mir daraus erwachsen könnte. Ich hab mich nicht enthalten können, mich gegen Ew. als meinen besten Freund zu beschweren, in Ansehung die Gelegenheit sich wohl ereignen könnte, dass Sie mich ab injusta plagii suspicione vindicirten, ohne meinem Vater tort zu thun, und auch zu machen, dass die Wahrheit, ratione der Controvers-Puncte zwischen meinem

Vater  
es ni  
E  
corpe  
auch  
verge  
Solut  
halte  
ratio  
motu  
priet  
Conj  
Dero  
vel  
gem  
ches  
dass  
quin  
prie  
prie  
Doc  
die  
dies  
glei  
ner  
mu  
abe  
mè  
gel  
ma

uttulae gefunden werde, auch  
 die pressionem aquae in ca-  
 Alles ist von mir; und hat  
 lers gethan, als dass er die  
 o ratiocinio determinirt, wel-  
 mi ist. Das argumentum de  
 mein Vater dato noch nicht  
 8 in corollario. Dieses Alles  
 ich mich beschweren kann.  
 unerträglich fallen; endlich  
 esignation aufgenommen; hab  
 achtung für meine bisherige  
 er wollte das Schumacher-  
 lernt haben. Ich hab auch  
 viren können etwas Mathe-  
 ganze Vergnügung ist noch  
 einige Projecte zu machen  
 nte mit gutem Gewissen die  
 r gleich der König die Ehr  
 icken, nicht annehmen, und  
 desfalls zu gedenken. Doch  
 inden für Dero gute officia;  
 cht mir ein recht innerliches  
 ich aestimire solche an ihr  
 en Nutzen, der mir daraus  
 ich nicht enthalten können,  
 ten Freund zu beschweren,  
 ich wohl ereignen könnte,  
 suspicione vindicirten; ohne  
 l auch zu machen; dass die  
 rs-Puncte zwischen meinem

Vater und mir, keinen Abbruch leide. Mir selbstn will  
 es nicht anstehen mich zu defendiren.

Es freut mich, dass Ew. mein problema de motu plurium  
 corporum in tubo recto versabili, quacunq̃ inertia praedito,  
 auch solvirt haben. Das problema hab ich völlig wieder  
 vergessen. Ich hab ein sonderbares principium zu dessen  
 Solution gebraucht. Wenn ich mich recht erinnere, so be-  
 halten die corpora in casu, dass solche Anfangs a quiete  
 ratione motus in tubo recto anfangen, distantias a centro  
 motus in constante proportione, welches eine schöne Pro-  
 prietät ist. Aus Dero Brief ersehe ich, dass ich in meiner  
 Conjectur mich nicht betrogen, wenn ich gesagt habe, dass  
 Dero Observation circa orbitas planetarum, in quibus  $\int v ds$   
 vel  $\int v v dt$  ein minimum ist, vielleicht nur a posteriori sey  
 gemacht worden; denn nach meinen principiis kann ich sol-  
 ches a priori nicht einsehen. Der Herr Clairaut schreibt,  
 dass solches auch schon von einem Engländer sey remar-  
 quirt worden. Es scheint, dass dieses nicht sowohl ein  
 principium, als eine proprietas sey, gleich wie es eine pro-  
 prietas ist elasticae, dass sie das maximum solidum generirt.  
 Doch hab ich nicht untersucht, ob die idea maximi solidi  
 die elasticam in omni extensione begreife. Sie können mich  
 dieser Mühe entheben, denn ich weiss, dass Sie alle der-  
 gleichen Untersuchungen allbereits gemacht haben. Von mei-  
 nem principio a priori, dass die elastica das  $\int \frac{ds}{rr}$  ein mini-  
 mum formare, hab ich mit vieler Erkenntlichkeit ersehen,  
 aber zugleich mit Beschämung, dass Sie in Ihrem supple-  
 mento so honorificam mentionem thun. Dieses principium  
 gehet auch an in laminis inaequaliter elasticis, wenn man  
 macht  $\int \frac{E ds}{rr}$  ein minimum. Die laminae naturaliter non rec-

tae erfordern zwar einen andern calculum, aber keine ali-  
 dere methodum; wenn aber die laminae proprio pondere  
 zugleich incurviri werden, so ist es schwer, das maximum  
 oder minimum quod natura affectat zu determiniren. Ich  
 muthmaasse, dass man allhier muss ad maxima maximorum  
 recurriren, wenn zweyerley Considerationen zusammen kom-  
 men. (Fig. 48) Quaeratur brevitatis gratia curva  $AC$ , quam  
 lamina naturaliter recta  $AB$  et uniformis proprio solo pon-  
 dere incurvata accipiet: fragt sich, ob nicht curva  $AC$  talis  
 seyn könnte, dass inter omnes ejusdem longitudinis, inter eos-  
 demque terminos positas curvas, eandemque  $\int \frac{ds}{rr}$  habentes, das  
 centrum gravitatis infimum locum obtineat. Wir haben Beide  
 diese curvam directe determinirt; fragt sich also, ob man ex  
 hoc principio eandem curvam finden würde. Der calculus  
 aber wird ohne Zweifel weitläufig seyn, und bin ich von  
 diesem principio nicht convincirt, so dass Ew. sich schwer-  
 lich die Mühe werden geben wollen meine Conjectur zu  
 untersuchen. Wenn solche aber richtig wäre, würde es,  
 wie ich glaube, leicht seyn, schier aller curvarum maxima et  
 minima a priori anzuzeigen. — Ich hab freylich wohl ob-  
 servirt, dass wenn man setzt

$$\frac{1+ax+bx^2+cx^3+\text{etc.}}{1+ax+\beta xx+\gamma x^3+\text{etc.}} = 1 + mx + nxx + px^3 + \text{etc.},$$

die coefficientes  $m, n, p$ , etc. können durch ihre vorher-  
 gehende determinirt werden; wenn man aber solche pure  
 determiniren will per  $\alpha, \beta, \gamma$  et per  $a, b, c$ , so hab ich  
 einige leges observirt, welche wohl zu statten kommen und  
 in meinen dissertationibus de seriebus recurrentibus tam  
 finitis quam infinitis; id est, quae infinitos habent indices,  
 exponirt worden, allein die ganze Materie meritirt nicht,  
 dass man sich darüber aufhalte. — In dem problemate de

dem calculum, aber keine andere die laminae proprio pondere so ist es schwer, das maximum affectat zu determiniren. Ich muss ad maxima maximorum Considerationen zusammen kommitativitatis gratia curva  $AC$ , quam et uniformis proprio solo ponderat sich, ob nicht curva  $AC$  talis ejusdem longitudinis, inter eas, eandemque  $\int \frac{ds}{rr}$  habentes, das maximum obtineat. Wir haben Beide nicht; fragt sich also, ob man es finden würde. Der calculus unläufig seyn, und bin ich überzeugt, so dass Ew. sich schwerlich wollen meine Conjectur zu bestätigen, aber richtig wäre, würde es, hier aller curvarum maxima et minima. — Ich hab freylich wohl ob-

$$+ mx + nxx + px^3 + \text{etc.},$$

können durch ihre vorhergehende, wenn man aber solche pure potestates et per  $a, b, c$ , so hab ich wohl zu statten kommen und in seriebus recurrentibus tamquam quae infinitos habent indices, die ganze Materie meritirt nicht, zu sein. — In dem problemate de

inveniendi motu trium corporum filo connexorum ex dato motu initiali hab ich freylich variationem motus singulis momentis gesucht, aber das problema nicht solvirt, ausgenommen in gewissen leichten casibus: als wenn z. Ex. tria corpora  $A, B, C$  (Fig. 47) aequalia, et distantiae  $AB, BC$  auch aequales wären, und die velocitates initiales corporum extremorum in eandem plagam auch aequales wären, oder auch wenn die differentiae velocitatum corporum  $A, B, C$  aequales sind etc.; generaliter hab ich es nicht solvirt; ich vermüthe aber, dass man noch einige principia generalia erdenken könnte, welche das problema leicht machen würden. Ich bin Ew. verbunden für Dero Gratulation zu dem erhaltenen praemio. Ich glaube in der That recht in die Natur der Quaestion entriert zu seyn, und allen Difficultäten, so viel möglich, abgeholfen zu haben, welches in dergleichen Quaestionen mehr ein hazard ist, als vis ingenii, sonsten ich nicht leicht bey Ew. Concurrenz würde réussirt haben. Ich gratulire Ihnen zum Voraus zu dem gedoppelten praemio des künftigen Jahres, denn Ihr eignes judicium ist bei mir zum Voraus die kräftigste Probe, dass Dero Theorie fundirt und gültig seyn müsse. Ich für mein Theil, hab mir niemals satisfaciren können, welches mir genug ist, wenn ich auch gleich meinen judicibus hätte imponiren können, um mich abzuhalten, dieses Mal mit zu concurriren . . . . Vor etlichen Tagen ist der grosse Burcard, Magni Euleri praceptor in mathematicis\*), gestorben. Ich habe vor etlichen Mo-

\*) Dans la biographie des savants de Bâle, intitulée: *Athenae Rauricae*, Basiliae 1778. 8°. je trouve dix savants différents du nom de Burcard. Le seul d'entre eux, qui ait professé les mathématiques, est Jean-Rodolphe, né en 1637; or celui-ci ne peut guère avoir été le maître d'Euler. Parmi les autres, il n'y a que Jérôme Burcard, théologien, qui, quant à

naten in den Zeitungen gelesen, dass der König in Preussen das Project formirt habe, einen Fluss, dessen Namen ich vergessen, bis in das Baltische Meer navigabel zu machen. Ew. würden hiebey gute consilia geben können, wenn Sie vorhero wollten mit Lesung einiger Bücher sich au. fait hierüber setzen und dadurch den usum macheseos desto mehr erheben. In dem tomo VII. Comment. hab ich unterschiedene Dissertationen de orbitis planetarum von Ihnen gesehen. Da Sie nun hierüber viele alte observationes astronomicas ausgerechnet und dieselbige mit dem heutigen statu orbitarum comparirt, möchte ich gern wissen, ob Sie nicht etwa gefunden, dass die excentricitates nach und nach ein wenig abnehmen, wie auch die obliquitates orbitarum ratione plani cujusdam intermedii. Meine Conjectur, warum die Planeten orbitas fere circulares, et cometae fere parabolicas machen, und warum die ersteren fere in eodem plano, die letzteren aber sub omni inclinatione sich befinden, dünkt mich noch allzeit inter omnes hypotheses maxime probabilis.

Ich bedaure, dass ich Dero additamenta ad isoperimetrica nicht habe durchlesen können, ehe ich solche dem Hrn. Bousquet überschickt; doch hab ich solche fugitivo oculo übersehen. Ich glaube, dass Sie in argumento de sonis laminarum elasticarum liberarum die intersectiones curvarum cum axe, numero impares verwerfen, da doch selbige freylich angehen, und ich unterschiedene proprietates darüber ausgerechnet und gar viele schöne experimenta circa situm nodorum et magnitudinem soni darüber angestellt, welche mit der theoria schön übereinkommen. Die erste curvatura

---

l'âge (né en 1680), pourrait être identique avec celui dont il est question ici, si les dates de la mort s'accordaient mieux. D'après les A. R. Jérôme Burcard serait mort déjà en 1737.